



Constrained Near Optimal Path in Powered Descent Planetary Pinpoint Landing via Bezier Curves

S. Aliakbar Razavi¹, Amirreza Kosari^{2*}, Hadi Jalili³

¹ Faculty of Aerospace engineering, University of Tehran, Tehran, Iran
a.razavi68@ut.ac.ir

^{2*} Faculty of Aerospace engineering, University of Tehran, Tehran, Iran
kosari_a@ut.ac.ir

³ Iranian Space Research Center, Tehran, Iran
Hadi.jalili.n@gmail.com

Available in:
Journal.isrc.ac.ir

Journal of Space Science,
Technology & Applications
(Persian)

Vol. 6, No. 1, pp.: 161-171
2026

DOI:

[10.22034/jssta.2026.552402.1269](https://doi.org/10.22034/jssta.2026.552402.1269)

Article Info

Received: 2025-10-13

Accepted: 2026-08-15

Keywords

Planetary Landing, Path
Constraint Maneuver,
Obstacle Avoidance, Bezier
Curve, Genetic Algorithm

How to Cite this article

S. A. Razavi, A. Kosari, H.
Jalili, "Constrained Near
Optimal Path in Powered
Descent Planetary Pinpoint
Landing via Bezier Curves",
*Journal of Space Science,
Technology & Applications*,
Vol. 6, No. 1, pp. 161-171,
2026.

Abstract

This study addresses constrained and optimized offline trajectory generation for the powered descent phase of planetary landing by formulating as an optimal control problem. The descent trajectory is subject to multiple mission constraints, including terrain and obstacle avoidance as well as bounded thrust capabilities. To generate a smooth collision-free trajectory, the position states and time are first parameterized using fifth-degree Bézier curves, then the governing dynamic equations and constraints are discretized. Within the proposed framework, the Bézier control points serve as dynamic waypoints that simultaneously shape the trajectory while satisfying both terminal and path constraints. A Genetic Algorithm (GA) is then employed to optimize the Bézier control points and obtain the optimal descent trajectory. To validate the proposed approach, the generated trajectories are compared with those obtained using the improved Zero-Effort-Miss/Zero-Effort-Velocity (ZEM/ZEV) guidance law and the two-phase ZEM/ZEV feedback guidance method. The simulation results demonstrate that the Bézier-based approach produces smoother collision-free trajectories without the trial-and-error tuning typically required by ZEM/ZEV-based methods, while simultaneously achieving accurate pinpoint landing at the desired target location.

مسیر مقید شبه‌بهینه در مانور فاز نهایی فرود دقیق روی سیاره با منحنی‌های بیزیر

سید علی‌اکبر رضوی^۱، امیررضا کوثری^{۲*}، هادی جلیلی^۳

۱- دانشکده هوافضا، دانشگاه تهران، تهران، ایران - a.razavi68@ut.ac.ir

۲- دانشکده هوافضا، دانشگاه تهران، تهران، ایران - kosari_a@ut.ac.ir

۳- مرکز تحقیقات فضایی، پژوهشگاه فضایی، تهران، ایران - Hadi.jalili.n@gmail.com

نویسنده مسئول *

دسترس‌پذیر در نشانی:

Journal.isrc.ac.ir

دوفصلنامه علوم، فناوری و

کاربردهای فضایی

سال ششم، شماره ۱، صفحه ۱۷۱-۱۶۱

بهار و تابستان ۱۴۰۵

DOI:

10.22034/jssa.2026.552402.1269

چکیده

در این پژوهش، تولید مسیر مقید و بهینه‌شده به‌صورت برون‌خط برای فاز نزول در مسئله فرود سیاره‌ای به‌عنوان یک مسئله بهینه‌سازی مدنظر است. مسئله مسیر مقید فاز نزول روی سیاره مشتعل بر قیود اجتناب از برخورد به سطح و موانع و نیروی پیشران محدود به فرم یک مسئله کنترل بهینه فرموله‌بندی شده است. برای تولید مسیر هموار اجتناب از برخورد، ابتدا متغیرهای موقعیت و زمان به کمک منحنی‌های بیزیر درجه ۵ تقریب زده شده و معادلات دینامیکی حاکم و قیود گسسته می‌شوند. در این راهکار، نقاط کنترلی منحنی‌های بیزیر به‌منزله نقاط میانی مسیر، نقش بسزایی در شکل‌دهی مسیر و هم‌زمان ارضای قیود پایانی و حین مسیر دارند. در ادامه به کمک الگوریتم ژنتیک، متغیرهای نقاط کنترلی منحنی‌های بیزیر استخراج شده‌اند. جهت صحت‌سنجی، مسیرهای تولیدشده با منحنی‌های بیزیر با مسیرهای تولیدی روش‌های هدایت بازخوردی ZEM/ZEV بهبودیافته و هدایت بازخوردی ZEM/ZEV دوفازی مقایسه شده است. نتایج حاصل از به‌کارگیری منحنی‌های بیزیر، نشان از مسیرهای هموارتر اجتناب از برخورد به‌دوراز سعی و خطاهای روش‌های ZEM/ZEV و درعین‌حال فرود نقطه‌ای در محل موردنظر دارد.

تاریخچه داوری

دریافت: ۱۴۰۴/۰۷/۲۱

پذیرش: ۱۴۰۵/۰۵/۲۴

واژه‌های کلیدی

مقید، اجتناب از مانع، منحنی بیزیر،

الگوریتم ژنتیک

نحوه استناد به این مقاله

سید علی‌اکبر رضوی، امیررضا کوثری، هادی جلیلی، "مسیر مقید شبه‌بهینه در مانور فاز نهایی فرود دقیق روی سیاره با منحنی‌های بیزیر"، دوفصلنامه علوم، فناوری و کاربردهای فضایی، جلد ششم، شماره اول، صفحات ۱۷۱-۱۶۱، ۱۴۰۵.

۱- مقدمه

سؤالاتی نظیر وجود آب و حیات روی مریخ و احتمال تبدیل مریخ به سیاره سبز مناسب برای سکونت بشر، الهام‌بخش بسیاری از مأموریت‌های اکتشافی به مریخ بوده است. طراحی نسل اول سطح‌نشین‌های مریخ همچون وایکینگ^۱، رهپاب مریخ^۲ و کاوشگر اکتشاف مریخ^۳ مبتنی بر الزامات ایمنی وسیله بود و مکان‌های فرود به‌عنوان مصالح‌های بین جذابیت علمی و ناهمواری عوارض محلی انتخاب می‌شدند. با توجه به ماهیت اکتشافی این نوع مأموریت‌ها، فرود در هر نقطه‌ای از محدوده یک بیضی خطای فرود بزرگ پیش‌بینی‌شده رضایت‌بخش بود. در نسل بعدی مأموریت‌های اکتشافی مریخ همچون آزمایشگاه علمی مریخ^۴ و بازگشت نمونه مریخ^۵، جوامع علمی نیاز به مکان‌های فرود خاص‌تری همچون فرود مستقیم داخل دهانه، فرود در مجاورت با یک سطح‌نشین یا مریخ‌نورد به‌جامانده از مأموریت‌های قبلی یا فرود روی یک ناحیه امن داشتند. از این‌رو، دستیابی به سیستم‌های فرود نقطه‌ای^۶، برای کاهش اندازه بیضی عدم قطعیت به حدود ۱۰ کیلومتر ضروری بودند.

مسئله هدایت فاز نزول به دلیل موفقیت‌های فرود روی مریخ و مأموریت‌های برنامه‌ریزی‌شده بلندمدت در بین محققین برجسته شده است. مزیت کلیدی فناوری نزول با موتور پس‌ران^۷ در دستیابی به دقت بالای فرود در مأموریت‌های سیاره‌ای نهفته است. هدف از فاز نزول، حذف سرعت افقی و عمودی و آماده‌سازی سیستم برای فرود نهایی روی مریخ است. در حین این فاز، مانورپذیری بسیار بالاتری بایستی فراهم شود؛ بنابراین، هدایت و تشخیص و اجتناب از مانع در این فاز اجرا می‌شوند.

روش‌های هدایت تحلیلی از نظر محاسباتی، سریع و مزیت کاربری روی‌برد را به همراه دارند. مطالعه روش‌های هدایت خودکار برای فاز نزول با پروژه آپولو آغاز شد. با اتخاذ روش هدایت چندجمله‌ای با مزیت پیاده‌سازی آسان، یک عبارت تحلیلی برای فرمان شتاب در ترکیب با زمان پرواز باقی‌مانده برای فرود نرم در [۱] استنتاج شد. در روش تحلیلی حاصل برای حل مسئله، پروفیل شتاب با توجه به موقعیت‌ها و سرعت‌های اولیه و نهایی مطلوب استخراج شد. نسخه‌های اصلاح‌شده قانون هدایت آپولو همچنان یکی از

روندهای پژوهشی به‌روز در ادبیات فرود سیاره‌ای است. به کمک تکنیک‌های جستجوی زمان پرواز، مسئله مقدار مرزی زمان ثابت به فرم الگوریتم زمان نهایی آزاد یا بهینه‌سازی سوخت تبدیل می‌شود. برای نمونه، دسوزا، پاسخ‌های مسئله کمینه انرژی زمان نهایی آزاد را مطالعه کرد و یک قانون کنترل بازخوردی تحلیلی تابعی از زمان سیر به دست آورد [۲]. پلوئن و همکاران با الهام از الگوریتم‌های آپولو، چندجمله‌ای‌های مرتبه دلخواه را معرفی کرده و قانون هدایت چندجمله‌ای شبه بهینه اصلاح‌شده را با زمان نهایی آزاد پیشنهاد کردند [۳]. عظیموف و بیشاپ یک الگوریتم هدف‌گیری و هدایت یکپارچه روی‌برد را برای فاز نزول روی ماه مبتنی بر قانون هدایت فضایی‌مای آپولو فرمول‌بندی کردند که در آن حل عددی اجرای بلادرنگ الگوریتم‌های هدف‌گیری فاز ترمرگیری و فاز تقرب را امکان‌پذیر می‌کند [۴]. لو، با بررسی عمیق مفاهیم هدایت چندجمله‌ای آپولو، نظریه ساخت قوانین هدایت فاز نزول روی سیاره بر اساس چندجمله‌ای‌های کسری را پیشنهاد کرد [۵]. در این پارادایم، خانواده‌ای از قوانین هدایت با رویکرد کنترل تعقیب با پروفیل شتاب پیش‌ران مرجع مبتنی بر چندجمله‌ای کسری خاص به دست می‌آید. در این کار اثبات شد که قوانین هدایت آپولو و E-guidance دو عضو از خانواده بزرگ قوانین هدایت چندجمله‌ای کسری هستند.

وجود منابع اغتشاشی مختلف در مسئله فرود روی مریخ سبب به‌کارگیری قوانین هدایت بازخوردی و حل بسته شد. به‌منظور کاهش اثر پراکندگی‌های اولیه و عدم قطعیت‌های بزرگ، یک الگوریتم هدایت بازخوردی بهینه برای فاز نزول در [۶] ارائه شده است. الگوریتم هدایت ارائه شده، بهینه‌سازی مسیر افق پسین را بر اساس رویکردهای هم‌مکان‌سازی المان محدود پیاده‌سازی می‌کند. ابراهیمی و همکاران با استفاده از مانورهای پیش‌ران بازه ثابت، قانون هدایت مود لغزشی بهینه مقاوم برای یک ره‌گیر اگزواتمسفری پیشنهاد کردند [۷]. یکی از نوآوری‌های عمده این کار، ارائه مفهوم جدید خطای سرعت با تلاش صفر^۸ بود که مشابه معیار فاصله از دست‌رفته با تلاش صفر^۹ شناخته‌شده بود. ZEM و ZEV به ترتیب به فاصله و سرعتی اطلاق می‌شود که وسیله هدف را از دست می‌دهد

⁶ Pin-point Landing⁷ Retro-Rocket⁸ Zero Effort Velocity (ZEV)⁹ Zero Effort Miss (ZEM)¹ Viking² Mars Pathfinder (MPF)³ Mars Exploration Rover (MER)⁴ Mars Science Laboratory (MSL)⁵ Mars Sample Return (MSR)

در صورتی که هیچ مانور اصلاحی در بازه زمانی $[t, t_f]$ وجود نداشته باشد. با ارائه مفهوم ZEM/ZEV کارهای متعددی به پیاده سازی این رویکرد در مفاهیم نزول و فرود روی سیاره پرداختند.

روش های شبه طیفی برای بهینه سازی سریع مسیر با تبدیل مسئله کنترل بهینه به یک چارچوب برنامه ریزی غیرخطی، به نرخ همگرایی نمایی برای سیستم های دینامیکی بسیار هموار دست می یابند [۸]. با این وجود این روش ها به شرایط ناهموار، مانند تغییر ناگهانی مقدار رانش یا مرزهای سخت اجتناب از مانع، بسیار حساس هستند. با هدف کاهش بار محاسباتی شبکه های متراکم و یکنواخت در برنامه ریزی مسیر، تکنیک های چندوضوحی متوالی برای فرود دقیق مریخ پیشنهاد شده اند [۹]. این رویکرد، مسیر را به صورت مرحله ای بهینه کرده و حل کننده NLP را روی یک شبکه درشت آغاز می کند تا به سرعت یک حدس اولیه با دقت پایین تولید نموده و به دنبال آن، اصلاح شبکه محلی در مناطقی با تغییرپذیری دینامیکی بالا انجام شود. این تخصیص هوشمند گره، زمان کل محاسبات و استفاده از حافظه را به طور قابل توجهی کاهش می دهد. طراحی نقطه میانی مسیر بهینه به کمک راهکارهای بهینه سازی در حین فاز نزول از دیگر راه های ارضای قیود اجتناب از برخورد با موانع در صورت پیش بینی پروازهای برخورد به سطح است. افزودن یک نقطه میانی مسیر، می تواند یک مأموریت ZEM/ZEV ناممکن را به یک مأموریت نزدیک به بهینه تغییر دهد. روش نقطه میانی مسیر بهینه اولین بار توسط گائو و همکاران [۱۰] و شرما و همکاران [۱۱] به کار گرفته شد. در [۱۰]، فرآیند انتخاب نقطه میانی مسیر با سعی و خطا انجام می پذیرفت؛ در حالی که برای پیاده سازی عملیاتی به استفاده از روش های خودکار نیاز است. در [۱۲] با ترکیب روش های حلقه باز و روش بازخوردی، از راهبرد هدایت هیبریدی برای فاز نزول در مأموریت فرود روی سطح مریخ استفاده شده است. برای یک موتور با توان محدود، مسئله بهینه سازی نقطه میانی مسیر در حضور محدودیت های حالت، به یک مسئله برنامه ریزی مرتبه دوم استاندارد تبدیل می شود. در مورد یک موتور با نیروی پیشران محدود، با معرفی یک تابع مشتق پذیر پیوسته برای تقریب زنی تابع اشباع استاندارد، می توان نقطه میانی بهینه را به کمک نرم افزار بهینه سازی منبع باز تعیین کرد. برای یافتن نقطه میانی مسیر مسئله بهینه سوخت از بسته نرم افزاری GPOPS استفاده شده است. یکی از چالش های مهم و بدون پاسخ در [۱۲]، مدت زمان انجام محاسبات برای یافتن نقطه

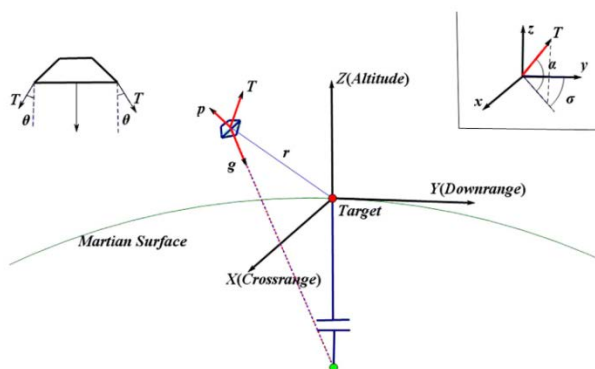
میانی مسیر بهینه در حالت مانور بحرانی و پیش بینی وقوع پروازهای برخورد با سطح مریخ بود. یک الگوریتم ZEM/ZEV مبتنی بر نقطه میانی مسیر با رویکرد برنامه ریزی پویا با به کارگیری فرآیند تکراری برای تعیین بهترین موقعیت نقاط میانی در مجموعه ای از فرودهای مقید بر روی اجرام سیاره ای بزرگ در [۱۳] استفاده شده است. در این کار، از چارچوب یادگیری تقویتی برای تجمیع هدایت ZEM/ZEV با خط مشی انتخاب نقطه میانی مسیر در فاز نزول روی سیاره استفاده شده است. برای این منظور، ابتدا مجموعه ای از مسیرهای حلقه باز مقید و بهینه سوخت با استفاده از روش های شبه طیفی به صورت عددی محاسبه شده و مجموعه ای از مسیرهای بهینه حلقه باز به عنوان نقاط میانی منتخب ذخیره می شوند. در ادامه الگوریتم ZEM/ZEV برای هدایت فضایی به سمت نقطه هدف نهایی به کار گرفته می شود. این مسئله به عنوان یک فرآیند تصمیم گیری مارکوف^{۱۰} طرح ریزی شده و مسئله برنامه ریزی پویای حاصل از طریق ارزیابی سیاست تعمیم یافته حل می شود تا بهترین نقطه میانی بعدی به عنوان تابعی از نقطه قبلی انتخاب شود.

منحنی بیزیر شامل دو نقطه لنگر و نقاط کنترلی، یکی از روش های مناسب در مسائل برنامه ریزی مسیرهای مقید است. نقاط لنگر، ابتدا و انتهای منحنی را مشخص می کنند و نقطه های کنترلی، انحنا ی مسیر را تعیین می نمایند. از مهم ترین خواص این منحنی، قابلیت تغییر شکل با تغییر نقاط کنترلی و سادگی محاسبه مشتقات آن هاست. مسیرهای مبتنی بر منحنی های بیزیر در مسائل مختلفی از جمله مسئله هدایت بازگشت به جو [۱۴]، هدایت فاز فرود بوستر روی سکو [۱۵]، هدایت پایانی پارافویل [۱۶] به کار گرفته شده است. ثابت نگه داشتن نقاط ابتدایی و انتهایی در منحنی های بیزیر و استفاده از نقاط کنترلی مناسب در مسئله فرود مقید و دقیق روی سیاره همراه با موانع حائز اهمیت است.

اگرچه منحنی های بیزیر و الگوریتم ژنتیک هر یک به طور گسترده در کاربردهای هوافضایی مورد استفاده و بررسی قرار گرفته اند، به کارگیری تلفیق آن ها و دستیابی به مسیرهای ایمن برای فرود دقیق و اجتناب از برخورد با موانع و عوارض به دلیل وجود محیط هایی با قیود متعدد و پیچیده با چالش های قابل توجهی همراه است. عمده روش های ارائه شده در ادبیات فرود دقیق روی سیاره، در یافتن مسیرهای هموار، مدیریت قیود و همزمان اجتناب از برخورد با چالش هایی نظیر عدم همگرایی، جهان شمول نبودن و پیچیدگی

پسای آیرودینامیکی بسیار کمتر از بردار رانش موتورهای اصلی است [۱۷]. از این رو، حذف نیروی پسا ضمن ساده‌سازی فرمول‌بندی قیود و مدل دینامیکی، تأثیر محسوسی بر دقت مسیر بهینه‌شده نخواهد داشت.

مطابق شکل ۱، چارچوب مختصات اینرسی غیرچرخان بر روی سطح سیاره در نظر گرفته شده و نقطه مبدأ روی محل فرود ثابت شده است.



شکل (۱): چارچوب مرجع مختصات روی سطح [۱۷]

با توجه به هدف استخراج مسیر مانور نزول در صفحه x-z، دینامیک انتقالی دوبعدی در یک سیستم مختصات دکارتی برحسب مؤلفه‌ها با فرض نادیده گرفتن اثرات اغتشاش را می‌توان با معادلات (۴) تا (۸) بیان نمود:

$$\dot{x} = v_x \quad (4)$$

$$\dot{z} = v_z \quad (5)$$

$$\dot{v}_x = a_x \quad (6)$$

$$\dot{v}_z = a_z + g_m \quad (7)$$

$$\dot{m} = -\frac{1}{I_{sp} g_0} \left(\frac{T}{\cos \theta} \right) \quad (8)$$

که x و z به ترتیب موقعیت فضاپیما در راستاهای افقی و عمودی، v_x و v_z به ترتیب سرعت فضاپیما در راستاهای افقی و عمود هستند. a_x و a_z شتاب فرمان فراهم‌شده توسط پیشران فضاپیما به ترتیب در راستاهای افقی و عمودی و θ به زاویه نصب پیشران نسبت به راستای عمود اشاره دارد.

سیستم فرود شامل تعداد ثابتی رانشگر با حداکثر مقدار پیشران معلوم است که با زاویه نصب مشخص قرار دارند، به‌طوری‌که بزرگی پیشران را می‌توان به‌صورت رابطه (۹) بیان کرد

$$T = nkF_{\max} \cos \theta \quad (9)$$

محاسباتی همراه هستند. مهم‌ترین دستاورد این پژوهش، ارائه یک چارچوب بهینه‌سازی مسیر برون‌خط با مزیت پیاده‌سازی آسان با ره‌گیری نقاط میانی مسیر برای تولید مسیرهای هموار در مسئله فرود سیاره‌ای است. در این روش، قیود فیزیکی فرود دقیق روی سیارات، شامل اجتناب از موانع سطحی، محدودیت‌های نیروی رانش و شرایط نهایی با خطای صفر به‌طور مستقیم به نقاط کنترلی یک منحنی بیزیر درجه پنج مرتبط می‌شود. چارچوب پیشنهادی بیزیر-الگوریتم ژنتیک به‌طور ذاتی قادر است قیود مسیر غیرخطی، از جمله اجتناب از برخورد با سطح سیاره و موانع را تنها از طریق تنظیم نقاط کنترل هندسی به‌عنوان نقاط میانی برآورده سازد؛ در نتیجه، این روش ابزاری بسیار انعطاف‌پذیر و مبتنی بر هندسه برای تولید مسیر فراهم می‌کند. با توجه به هدف تولید مسیرهای هموار اجتناب از برخورد، صحت‌سنجی مسیرهای شبه‌بهینه حاصل با مسیرهای حاصل از روش‌های هدایت بازخوردی ZEM/ZEV اصلاحی با عبارت اجتناب از برخورد و هدایت بازخوردی ZEM/ZEV دوفازی انجام شده است.

۲- معادلات حاکم مسئله فاز نزول و فرود روی مریخ

معادلات اساسی حرکت یک فضاپیما در حال حرکت در میدان گرانشی یک سیاره را می‌توان با استفاده از قانون نیوتن توصیف کرد. در نتیجه، دینامیک انتقالی سه‌بعدی در یک سیستم مختصات دکارتی با

$$\dot{\mathbf{r}} = \mathbf{v} \quad (1)$$

$$\dot{\mathbf{v}} = \mathbf{g}_m + \frac{\mathbf{T}}{m} + \mathbf{p} \quad (2)$$

$$\dot{m} = -\frac{|\mathbf{T}|}{I_{sp} g_0} \quad (3)$$

بیان می‌شود [۱۷] که $\mathbf{r}$ و $\mathbf{v}$ به ترتیب بردارهای موقعیت و سرعت فضاپیما و m جرم وسیله است. $\mathbf{T}$ بردار پیشران، $\mathbf{g}_m$ شتاب گرانشی سیاره، I_{sp} مقدار ضربه ویژه، g_0 شتاب گرانشی در سطح زمین و $\mathbf{p}$ شتاب‌های اغتشاشی را توصیف می‌کند. لازم به ذکر است در مدل‌سازی دینامیکی، نیروی پسای آیرودینامیکی نادیده گرفته شده است. در شروع مانور نزول و فرود روی مریخ، فاصله نسبی بین سطح‌نشین و سطح مریخ در محدوده ۵ کیلومتر و سرعت نسبی در محدوده چندصد متر بر ثانیه است. در چنین شرایطی، بزرگی نیروی

مطلوب در مسیر تولیدی را می‌دهند. در مسئله هدایت مبتنی بر منحنی‌های بیزیر، به‌مثابه مسئله وارون دینامیک، هدف اصلی، تعیین نقاط کنترلی مسیر به نحوی است که مسیر تولیدشده، تابع هزینه معادله (۱۰) را کمینه کرده و از قیود مسئله شامل سرعت‌های پایانه‌ای، اجتناب از برخورد به سطح و لبه‌های مانع و نیروی پیشران محدود معادله (۱۱) پیروی نماید. استخراج مسیر هموار مقید اجتناب از برخورد نیازمند محدودسازی دامنه تغییرات نقاط کنترلی متناسب با شروط اولیه و پایانی است. در مسئله فرود روی سطح سیاره، با گسسته‌سازی معادلات حاکم و فرمول‌بندی مسئله کنترل بهینه با تابع هزینه کمینه تلاش کنترلی و قیود اجتناب از برخورد، پیشران محدود و سرعت نهایی صفر، نقاط کنترلی منحنی‌های بیزیر مکانی و زمانی به کمک بهینه‌ساز ژنتیک به دست می‌آید. همچنین با توجه به الزام رعایت محدودیت نیروی پیشران در مسئله در طول مسیر پروازی، پارامترهای شتاب اولیه در راستاهای X و Z نیز به متغیرهای بهینه‌ساز اضافه شده است.

۴- نتایج و بحث

تمامی پارامترها، ثوابت مسئله و شروط اولیه و نهایی مورد استفاده در شبیه‌سازی مسئله هدایت فاز نزول پایانی روی مریخ در جدول ۱ اشاره شده است.

جدول (۱): ثوابت و شروط اولیه و نهایی مسئله

پارامتر	اختصار	مقدار	واحد
ضربه ویژه	I_{sp}	۲۲۵	ثانیه
تعداد رانشگرها	n	۶	
زاویه نصب	θ	۲۵	درجه
بیشینه مقدار پیشران	F_{max}	۳۱۰۰	نیوتن
شتاب گرانش در سطح زمین	g_0	۹/۸۱	متر بر مجذور ثانیه
شتاب گرانش در مریخ	g_m	۳/۷۱	متر بر مجذور ثانیه
زمان کل مانور	t_f	۹۰	ثانیه
موقعیت اولیه در راستای افق	X_0	۲۰۰۰	متر
موقعیت اولیه در راستای ارتفاع	Z_0	۱۵۰۰	متر
موقعیت نهایی در راستای افق	X_f	۰	متر
موقعیت نهایی در راستای ارتفاع	Z_f	۰	متر
سرعت اولیه در راستای افق	V_{x_0}	۱۰۰	متر بر ثانیه
سرعت اولیه در راستای ارتفاع	V_{z_0}	-۷۵	متر بر ثانیه

n تعداد کل رانشگرها، F_{max} حداکثر سطح پیشران هر یک از رانشگرها و k سطح دریچه گاز هر رانشگر است. تابع هزینه مسئله کنترل بهینه به فرم کمینه تلاش کنترلی و به شکل معادله (۱۰) در نظر گرفته شده است:

$$J = \frac{1}{2} \int_t^{t_f} a^T a dt = \frac{1}{2} \int_t^{t_f} (a_x^2 + a_z^2) dt \quad (10)$$

زمان نهایی، t_f ، پارامتری است که در فرموله‌بندی مسئله کنترل بهینه موردنظر معین و ثابت است. تابع هزینه با کمینه‌سازی تلاش کنترلی، پروفیل‌های رانش هموار و از نظر فیزیکی قابل تحقق را تولید می‌نماید.

قیود حالت در هدایت فاز نزول در حالت کلی شامل محدودیت‌هایی در موقعیت و سرعت است. محدودیت‌های موقعیت شامل اجتناب از برخورد به سطح سیاره و محدودیت‌های سرعت می‌تواند شامل سرعت‌های نهایی باشند و علاوه بر این، محدودیت‌های کنترلی برای اطمینان از عدم نقض محدودیت‌های فیزیکی رانشگر بایستی اعمال شوند.

برای سطح‌نشین مجهز به موتور با میزان پیشران محدود، سرعت خروجی گازها ثابت است. قید بزرگی پیشران به‌صورت (۱۱) تعریف می‌شود:

$$T_1 \leq T \leq T_2 \quad (11)$$

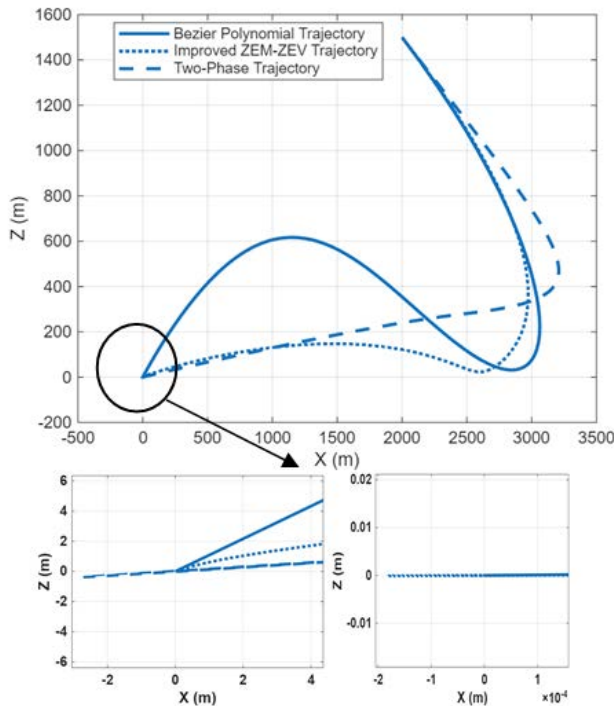
که T_1 و T_2 کمینه و بیشینه بزرگی پیشران فراهم شده هستند و مقدار بازبودن دریچه گاز برای هر رانشگر بین ۰/۳ و ۰/۸ محدود شده است.

۳- روش هدایت مبتنی بر منحنی بیزیر

در روش‌های هدایت چندجمله‌ای و به‌صورت خاص منحنی‌های بیزیر تقریب مسیر به کمک منحنی‌های هموار درجه ۵ و به فرم کلی (۱۲) انجام می‌شود.

$$B(s) = (1-s)^5 P_0 + 5s(1-s)^4 P_1 + 10s^2(1-s)^3 P_2 + 10s^3(1-s)^2 P_3 + 5s^4(1-s) P_4 + s^5 P_5 \quad (12)$$

P_0 و P_5 متناظر با شروط اولیه و پایانی و P_1 ، P_2 ، P_3 و P_4 متناظر با نقاط کنترلی مسیر و بازه تغییرات پارامتر S بین ۰ و ۱ است. مزیت استفاده از منحنی‌های بیزیر امکان ثابت نگه‌داشتن نقاط ابتدایی و انتهایی در مسئله فرود دقیق روی سیاره است. از طرفی نقاط کنترلی مسیر، آزادی عمل لازم برای هرگونه تغییر



شکل (۲): مسیرهای فاز نزول و فرود روی سیاره به ازای الگوریتم‌های ZEM/ZEV اصلاحی، ZEM/ZEV دوفازی و منحنی بیزیر و عدول از برخورد

مطابق شکل ۲، مسیرهای تولیدی به روش منحنی‌های بیزیر به دلیل ثابت نگه‌داشتن نقاط ابتدایی و انتهایی مسیر، امکان عدول و تخطی از نقطه شروع و فرود نهایی را ندارند، لذا فرود دقیق^{۱۲} روی محل مطلوب حاصل می‌شود. به‌صورت دقیق‌تر و با بزرگنمایی در نقطه پایانی فرود، نشان داده شده که الگوریتم‌های مشتق‌یافته از ZEM/ZEV شرط فرود دقیق را رعایت ننموده‌اند. در روش‌های هدایت مبتنی بر ZEM/ZEV به دلیل ذات مبتنی بر توابع خطا، عدول از فرود نقطه‌ای امکان‌پذیر بوده و عمدتاً برای مسائل فرود نرم مناسب هستند. قوانین ZEM/ZEV بر برای مانورهای فرود روی سطح مریخ با انحرافات قابل توجه، سازگاری ضعیفی دارند. از طرفی، به‌دست آوردن قوانین هدایت نیمه‌تحلیلی برای مسائل فرود با قیود پیچیده یا کنار آمدن با پسای اُترودینامیکی، به روش حساب تغییرات یا اصل حداکثر پونترباگین محدود شده و مسیر استخراج حل را بسیار دشوار می‌نماید. در راهکار حاضر، اجتناب از برخورد با سطح سیاره همراه با محدودیت‌های نیروی پیشران در فرآیند انتخاب بهینه نقاط کنترلی مسیر توسط الگوریتم ژنتیک به‌صورت قیود تساوی و

سرعت نهایی در راستای افق	V_{x_f}	۰	متر بر ثانیه
سرعت نهایی در راستای ارتفاع	V_{z_f}	۰	متر بر ثانیه
جرم اولیه	m_0	۱۹۰۵	کیلوگرم

لازم به ذکر است، زمان کل مانور ناظر به مسئله زمان نهایی ثابت و همچنین لزوم مقایسه نتایج با [۱۷، ۱۸]، ۹۰ ثانیه فرض شده است. شبیه‌سازی مسئله هدایت فاز نزول روی سیاره مریخ در دو مورد مطالعاتی فرود دقیق روی سطح و فرود درون دهانه‌ای با ابعاد مشخص همراه با قیود پایانه‌ای و حین مسیر انجام گرفته است.

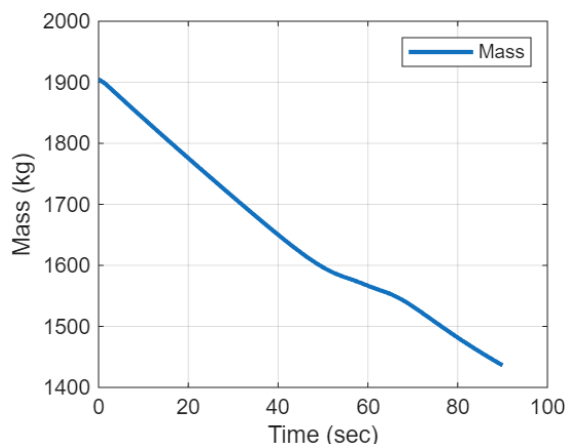
۴-۱- فرود دقیق روی سطح

مسئله فرود نقطه‌ای روی سطح ناظر بر شروط اولیه غیرعادی^{۱۱}، تابع هزینه کمینه تلاش کنترلی و قیود سرعت پایانه‌ای صفر، پیشران محدود و اجتناب از برخورد با سطح با روش هدایت مبتنی بر منحنی‌های بیزیر حل شده و برای صحت‌سنجی، نتایج با روش‌های هدایت مبتنی ZEM/ZEV بهبودیافته [۱۸] و هدایت بازخوردی دوفازی ZEM/ZEV [۱۹] مقایسه شده است. مسئله بهینه‌سازی ژنتیک با تعداد ۱۵ متغیر و مقدار جمعیت ۵۰۰ و نسبت قطع ۰/۷ و شرط توقف ۰/۰۰۰۱ حل شده است.

استخراج مسیرهای حاصل از الگوریتم ZEM/ZEV بهبودیافته (نقطه‌چین) و ZEM/ZEV دوفازی (خط‌چین) با مسیر حاصل از منحنی بیزیر درجه ۵ (خط توپر) در شکل ۲ نشان داده شده است.

¹² Pinpoint Landing

¹¹ Abnormal initial condition



شکل (۵): تغییرات جرم نسبت به زمان در مانور فرود روی سطح با روش هدایت مبتنی بر چندجمله‌ای‌های بیزیر

شکل ۳ حذف کامل سرعت افقی و عمودی برای فرود نهایی ایمن روی سطح مریخ در روش هدایت مبتنی بر چندجمله‌ای‌های بیزیر را نشان می‌دهد، به نحوی که سطح‌نشین توانایی اجرای مانور را داشته باشد؛ درحالی‌که الگوریتم‌های ZEM/ZEV دوفازی و اصلاحی ZEM/ZEV اصلاحی به ترتیب خطای سرعت فرود 9 m/s و 0.55 m/s در راستای x و $1/4 \text{ m/s}$ و 0.29 m/s در راستای z را ثبت نموده‌اند. شکل ۴ عدم عدول از محدودیت‌های نیروی پیشران در طول مانور را نشان می‌دهد، به‌طوری‌که تنظیم میزان نیروی پیشران در طول مانور بسته به میزان فاصله سطح‌نشین از سطح تغییر می‌کند. با توجه به تغییر نیروی پیشران در حین مانور، تغییرات جرم مطابق با (۸)، نزولی بوده و میزان سوخت مصرفی در روش هدایت مبتنی بر چندجمله‌ای‌های بیزیر 469 کیلوگرم، در روش ZEM/ZEV دوفازی 419 کیلوگرم و در روش اصلاحی ZEM/ZEV اصلاحی 411 کیلوگرم است.

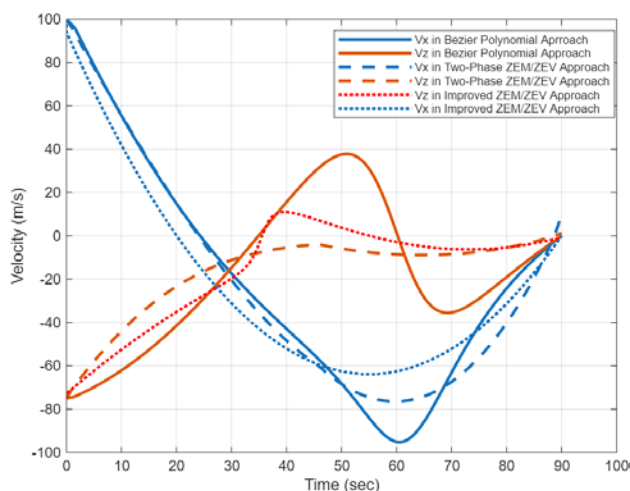
در روش پیشنهادی برای تولید مسیر به‌صورت برون‌خط اگرچه هزینه محاسباتی و مصرف سوخت نسبت به روش‌های ZEM/ZEV بیشتر است، اما مسیر مرجع تولیدشده توانمندی بالاتری در فرود نقطه‌ای با ملاحظات اجتناب از برخورد با سطح و رعایت محدودیت‌های نیروی پیشران نشان می‌دهد.

۴-۲- فرود دقیق درون دهانه

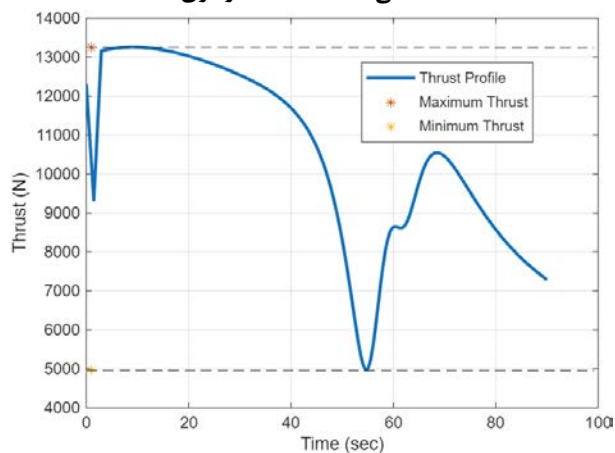
وجود عوارض سطحی مختلف مانند دهانه‌ها و تپه‌ها و لزوم فرود در نزدیکی این نواحی به جهت اهمیت اکتشافات علمی امری اجتناب‌ناپذیر است. این عوارض عمدتاً پیچیدگی‌های بسیاری را به

نامساوی مسئله بهینه‌سازی وارد شده است. قیود تساوی، شامل شروط مؤلفه‌های سرعت نهایی صفر و قیود نامساوی مسئله بهینه‌سازی شامل قید عدم برخورد به سطح و محدودیت نیروی پیشران است.

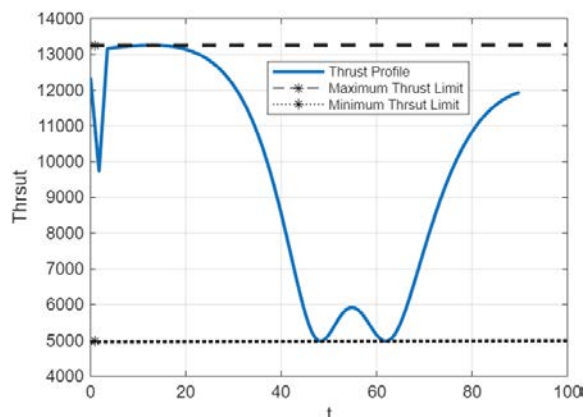
مقایسه پروفیل تغییرات زمانی سرعت در راستاهای x و z در روش هدایت مبتنی بر چندجمله‌ای‌های بیزیر (خط توپر) با الگوریتم ZEM/ZEV بهبودیافته (نقطه‌چین) و ZEM/ZEV دوفازی (خط‌چین) و نیروی پیشران به ترتیب در شکل‌های ۳ و ۴ و تغییرات جرم نسبت به زمان در شکل ۵ نشان داده است.



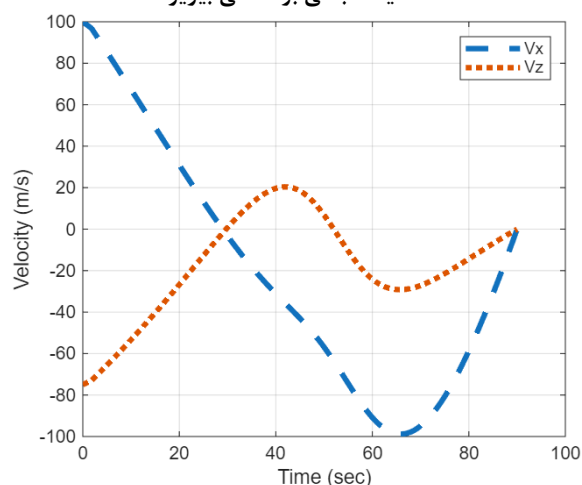
شکل (۳): تغییرات سرعت نسبت به زمان در مانور فرود روی سطح با روش هدایت مبتنی بر چندجمله‌ای‌های بیزیر، الگوریتم‌های ZEM/ZEV اصلاحی، ZEM/ZEV دوفازی



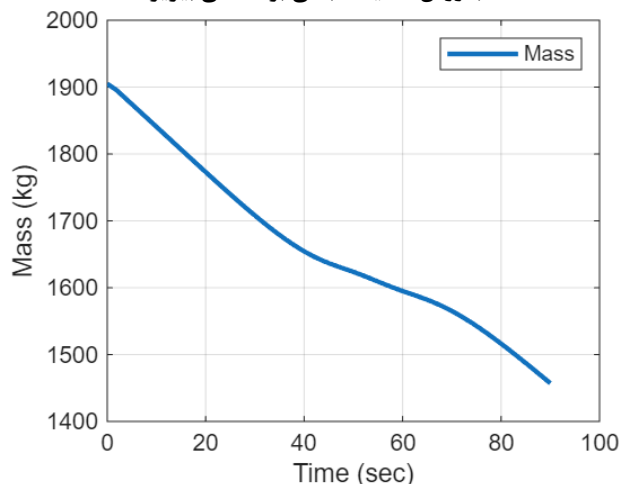
شکل (۴): پروفیل نیروی پیشران در مانور فرود روی سطح با روش هدایت مبتنی بر چندجمله‌ای‌های بیزیر



شکل (۸): پروفیل نیروی پیشران در مانور فرود درون دهانه با روش هدایت مبتنی بر منحنی بیزیر

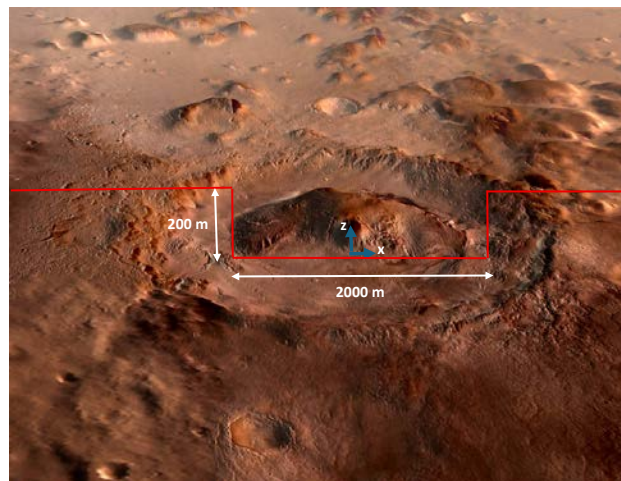


شکل (۹): تغییرات سرعت در راستاهای x و z در مانور فرود درون دهانه با روش هدایت مبتنی بر منحنی بیزیر



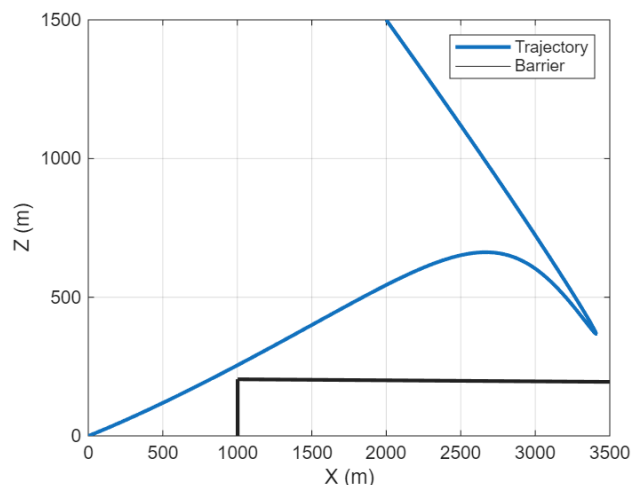
شکل (۱۰): تغییرات جرم نسبت زمان در مانور فرود درون دهانه با روش هدایت مبتنی بر منحنی بیزیر

مسئله بهینه‌سازی مسیر تحمیل می‌نمایند. در این بخش، مسئله تولید مسیر شبه‌بهینه فاز نزول با موتورهای پسران و فرود درون دهانه‌ای همانند شکل ۶ با روش منحنی‌های بیزیر دنبال می‌شود.



شکل (۶): محل فرود مطلوب درون دهانه

با توجه به پیچیدگی بیشتر نسبت به مسئله فرود روی سطح، مسئله بهینه‌سازی ژنتیک با تعداد ۱۵ متغیر با مقدار جمعیت ۳۰۰ و نسبت قطع ۰/۷ و شرط توقف ۰/۰۱ حل شده است. منحنی مسیر تولیدشده در شکل ۷، پروفیل نیروی پیشران و تغییرات سرعت به ترتیب در شکل‌های ۸ و ۹ و تغییرات زمانی جرم در شکل ۱۰ نشان داده شده است.



شکل (۷): مسیر فاز نزول و فرود درون دهانه با روش هدایت مبتنی بر منحنی بیزیر

شکل دهی انحنای مسیرهای اجتناب از برخورد در روش های تولید مسیر مبتنی بر منحنی بیزیر، وابستگی زیادی به فرآیند انتخاب نقاط کنترلی مسیر دارد. ازجمله مهم ترین محدودیت های روش پیشنهادی، فرآیند زمان بر محاسبات انتخاب نقاط میانی مسیر به کمک الگوریتم ژنتیک است و از این رو پیاده سازی زمان واقعی و برخط میسر نیست. از طرفی زمان حساس بودن مانور فرود روی سیاره موجب می شود که تغییرات زمان پرواز موجب تغییر و عدم توانایی در دستیابی به مسیرهای اجتناب از برخورد شود. در کارهای آتی پژوهشی، با انجام تحلیل هایی نظیر تغییر شرایط اولیه موقعیت و سرعت، تغییر زمان کل مانور، تغییر ابعاد دهانه یا ارتفاع مانع، تغییر محدودیت نیروی پیشران، استفاده از منحنی های بیزیر با درجات مختلف و شبیه سازی های مونت کارلو، آنالیز حساسیت مسئله و بررسی عملکرد و قوام روش پیشنهادی مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

تعارض منافع

"هیچ گونه تعارض منافع توسط نویسندگان بیان نشده است."

مراجع

1. A.R. Klumpp, "Apollo lunar descent guidance", *Automatica*, vol. 10, no. 2, pp. 133-146, 1974.
2. C. D'Souza and C. D'Souza, "An optimal guidance law for planetary landing," in *Guidance, Navigation, and Control Conference*, 1997, p. 3709.
3. S. Ploen, B. Acikmese, and A. Wolf, "A comparison of powered descent guidance laws for mars pinpoint landing," in *AIAA/AAS astrodynamics specialist conference and exhibit*, 2006, p. 6676.
4. D. M. Azimov and R. H. Bishop, "Integrated targeting and guidance for powered planetary descent," *The Journal of the Astronautical Sciences*, vol. 65, no. 2, pp. 229-259, 2018.
5. P. Lu, "Theory of fractional-polynomial powered descent guidance," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 43, no. 3, pp. 398-409, 2020.
6. L. Ma, K. Wang, Z. Xu, Z. Shao, and Z. Song, "Optimal feedback guidance for powered landing of reusable rockets," in *2019 Chinese Control And Decision Conference (CCDC)*, 2019: IEEE, pp. 915-920.
7. B. Ebrahimi, M. Bahrami, and J. Roshanian, "Optimal sliding-mode guidance with terminal velocity constraint for fixed-interval propulsive maneuvers," *Acta Astronautica*, vol. 62, no. 10-11, pp. 556-562, 2008.
8. J. Zhao, S. Li, and Z. Wu, "Mars pinpoint landing trajectory optimization using sequential multi-resolution technique," in *Proc. 2016 Structures Congress*, 2016.
9. S. Swaminathan and S. S. Kumar, "Rapid trajectory optimisation in Mars pinpoint landing using pseudo-spectral

شکل ۷ مسیر هموار و مقید با ملاحظات فرود نقطه ای و اجتناب از برخورد با لبه های مانع با روش هدایت مبتنی بر منحنی بیزیر را نشان می دهد. فاصله ایمن از لبه دهانه در فاز نزول، اختلاف ارتفاع تقریبی ۴۸ متری را نشان می دهد. تغییرات انحنای مسیر در بازه زمانی ۳۰ ثانیه ای رخ داده و به صورت ناگهانی و لحظه ای نیست. اجتناب از برخورد با سطح سیاره و لبه های مانع همراه با محدودیت های نیروی پیشران در فرآیند انتخاب بهینه نقاط کنترلی مسیر به صورت قیود تساوی و نامساوی در مسئله بهینه سازی ژنتیک وارد شده است. در این حالت، قیود تساوی مسئله بهینه سازی مقید شامل شروط مؤلفه های سرعت نهایی صفر و قیود نامساوی علاوه بر محدودیت های نیروی پیشران، در داخل دهانه شرط عدم برخورد با سطح و در ناحیه مرز لبه ها و بیرون از آن، شرط عدم برخورد با در نظر گرفتن ارتفاع مانع لحاظ می شود.

در شکل های ۸ و ۹، رعایت قیود پیشران محدود در حین مانور و خطای سرعت پایانی صفر نشان گر قوت روش های هدایت چندجمله ای در تولید مسیرهای مقید است. مطابق با شکل ۸، در ابتدای مانور به دلیل تغییرات سرعت اولیه در جهت دور شدن از محل فرود مطلوب، نیاز به استفاده از حداکثر میزان نیروی پیشران جهت تغییر جهت حرکت وسیله به سمت هدف وجود دارد. مطابق با شکل ۱۰، میزان سوخت مصرفی مانور برای فرود درون دهانه ۴۴۸ کیلوگرم است.

۵- نتیجه گیری

با توجه به نتایج حاصل از شبیه سازی های انجام گرفته در مسئله مانور مسیر مقید بهینه فاز نزول روی مریخ، روش هدایت چندجمله ای مبتنی بر منحنی های بیزیر پیاده سازی و سپس با روش های مبتنی بر ZEM/ZEV صحت سنجی شد. آنچه از نتایج مسیرهای عبور از موانع و فرود دقیق در محل برمی آید، تکنیک های به کار گرفته شده برای اصلاح قانون هدایت ZEM/ZEV عمدتاً بر پایه سعی و خطا، مسیرهای عبور از مانع را تولید نموده و درعین حال به دلیل ذات توابع خطای ZEM و ZEV، فرود دقیق و نقطه ای در محل مورد نظر میسر نیست. با به کارگیری الگوریتم بهینه سازی ژنتیک در فرآیند انتخاب بهینه نقاط کنترلی مسیر در منحنی های بیزیر به مثابه درجات آزادی سیستم، مسیرهای هموار و درعین حال اجتناب از برخورد با سطح سیاره و درعین حال لبه های دهانه از نقاط شروع تا نقاط پایانی در مانور نزول روی سطح سیاره به دست می آید.

14. R. Esmaelzadeh, "Explicit flatness-based guidance in reentry phase," *Journal of Space Science and Technology*, vol. 6, no. 4, pp. 29–36, 2014.
15. P. Vernis, and A. Passeron "Landing a Propulsive Stage with Bézier Curves." 9th European Conference For Aeronautics And Space Sciences (EUCASS), 2022, pp. 1-9.
16. L. Fowler, and J. Rogers, "Bézier curve path planning for parafoil terminal guidance." *Journal of Aerospace Information Systems*, vol. 11, no. 5, pp. 300–315, 2014.
17. Y. Zhang, Y. Guo, G. Ma, and T. Zeng, "Collision avoidance ZEM/ZEV optimal feedback guidance for powered descent phase of landing on Mars," *Advances in space research*, vol. 59, no. 6, pp. 1514-1525, 2017.
18. P. Wang, Y. Guo, G. Ma, and B. Wie, "Two-phase zero-effort-miss/zero-effort-velocity guidance for mars landing," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 44, no. 1, pp. 75-87, 2021.
- method," in *Proc. 5th Indian Control Conference (ICC)*, 2019, pp. 160–165.
10. Y. Guo, M. Hawkins, and B. Wie, "Optimal feedback guidance algorithms for planetary landing and asteroid intercept," in *AAS/AIAA astrodynamics specialist conference*, 2011: AAS, pp. 2011-588.
11. R. Sharma, S. R. Vadali, and J. E. Hurtado, "Optimal nonlinear feedback control design using a waypoint method," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 34, no. 3, pp. 698-705, 2011.
12. Y. Guo, M. Hawkins, and B. Wie, "Waypoint-optimized zero-effort-miss/zero-effort-velocity feedback guidance for Mars landing," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 36, no. 3, pp. 799-809, 2013.
13. R. Furfaro and R. Linares, "Waypoint-based generalized ZEM/ZEV feedback guidance for planetary landing via a reinforcement learning approach," in *3rd international academy of astronautics conference on dynamics and control of space systems, DyCoSS*, 2017, pp. 401-416.