



Available in:  
Journal.isrc.ac.ir

Journal of  
Space Science, Technology  
& Applications (Persian)

Vol. 4, No. 1, pp.: 24-38  
2024

DOI:  
10.22034/jssta.2024.424112.1143

### Article Info

Received: 2023-11-06  
Accepted: 2024-02-19

### Keywords

Satellite attitude control,  
sliding mode control, finite-  
time convergence,  
magnetorquer, actuator  
faults.

### How to Cite this article

S. M. Sadigh, et al.,  
"Adaptive Attitude Control  
of a Satellite by Considering  
Magnetorquer Faults",  
*Journal of Space Science,  
Technology and  
Applications*, vol 4 (1), p.:  
24-38, 2024.

## Adaptive Attitude Control of a Satellite by Considering Magnetorquer Faults

Sevil M. Sadigh<sup>1\*</sup>, Narges Talebi Motlagh<sup>2</sup>, Hossein Beheshti<sup>3</sup>, Sahand Moharrami<sup>4</sup>, Moharram Shameli<sup>5</sup>

1\* Research, Space Thrusters Research Institute, Tabriz, Iran, (Corresponding Author)  
s\_msadigh@yahoo.com

2 Assistant Professor, Space Thrusters Research Institute, Tabriz, Iran, n.talebi@tabrizu.ac.ir

3 Head of Actuators Group, Space Thrusters Research Institute, Tabriz, Iran,  
hbb1350@gmail.com

4 Research, Space Thrusters Research Institute, Tabriz, Iran, msahandani@gmail.com

5 Assistant Professor, Space Thrusters Research Institute, Tabriz, Iran,  
m.shameli@isrc.ac.ir

### Abstract

In this paper, an adaptive fault-tolerant control based on modified nonsingular fast terminal sliding mode control is developed for attitude tracking of a satellite with three magnetorquers and one reaction wheel. The proposed approach is designed to be robust in the presence of actuator faults, external disturbances, and inertia uncertainties and preserve the acceptable performance of system. The adaptive law is designed to estimate the upper bound of uncertain expressions, increase the tracking accuracy, and improve the performance of system. This parameter with a coefficient of sliding surface variable are used in the reaching phase of control law to achieve the chattering-free phenomenon. Stability and finite-time convergence of attitude variables is proved by the extended Lyapunov condition. To increase the tracking accuracy and compensate the required torque, a reaction wheel is used as a redundancy. Also, for increasing the control accuracy, the dynamics of this actuator is considered as well as the constraints of magnetorquers and reaction wheel. The simulations are performed and compared with the similar control method under the mentioned conditions to evaluate the performance of the proposed method. The results show the finite-time convergence, increasing the tracking accuracy, smoothing of satellite attitude changes, and generating the chattering-free control signals.



## کنترل وضعیت تطبیقی ماهواره با در نظر گرفتن عیب عملگرهای گشتاوردهنده مغناطیسی

دسترس پذیر در نشانی:  
Journal.isrc.ac.ir

سویل محمدزاده صدیق<sup>۱\*</sup>، نرگس طالبی مطلق<sup>۲</sup>، حسین بهشتی<sup>۳</sup>، سهند محرمی<sup>۴</sup>، محرم شاملی<sup>۵</sup>

دو فصلنامه

علوم، فناوری و  
کاربردهای فضای

۱- پژوهشگر، پژوهشکده رانشگرهای فضایی، پژوهشگاه فضایی ایران، تبریز، ایران، s\_msadigh@yahoo.com

۲- استادیار، پژوهشکده رانشگرهای فضایی، پژوهشگاه فضایی ایران، تبریز، ایران، n.talebi@tabrizu.ac.ir

۳- سرپرست گروه عملگرها، پژوهشکده رانشگرهای فضایی، پژوهشگاه فضایی ایران، تبریز، ایران، hbb1350@gmail.com

۴- پژوهشگر، پژوهشکده رانشگرهای فضایی، پژوهشگاه فضایی ایران، تبریز، ایران، msahandani@gmail.com

۵- استادیار، پژوهشکده رانشگرهای فضایی، پژوهشگاه فضایی ایران، تبریز، ایران، m.shameli@isrc.ac.ir

\* نویسنده مسئول

سال چهارم، شماره ۱، صفحه ۲۴-۳۸  
بهار و تابستان ۱۴۰۳

DOI:  
10.22034/jssta.2024.424112.1143

### چکیده

در این مقاله، کنترل تطبیقی تحمل‌پذیر عیب مبتنی بر مد لغزشی نهایی سریع اصلاح شده برای ردیابی وضعیت ماهواره با عملگرهای گشتاوردهنده مغناطیسی و یک چرخ عکس‌العملی توسعه یافته است. روش مد لغزشی پیشنهادی به گونه‌ای طراحی شده است که در برابر عیب عملگرها، اغتشاشات و نامعینی‌های سیستم مقاوم بوده و عملکرد قابل قبول سیستم را حفظ نماید. قانون تطبیقی نیز با هدف تخمین حد بالای عبارت‌های نامعینی، افزایش دقت ردیابی و بهبود عملکرد سیستم طراحی شده است. این پارامتر، به همراه ضریبی از متغیر سطح لغزش در بخش رساننده قانون کنترل و به منظور حذف چترینگ استفاده شده است. پایداری و همگرایی زمان محدود متغیرهای وضعیت ماهواره با استفاده از روش لیاپانوف توسعه‌یافته به اثبات رسیده است. به‌منظور افزایش دقت ردیابی و برای جبران گشتاور موردنیاز، یک چرخ عکس‌العملی به‌عنوان افزونگی در نظر گرفته شده است. برای افزایش دقت روش کنترلی نیز مدل دینامیکی این عملگر و محدودیت‌های کلیه عملگرها مورد توجه قرار گرفته است. همچنین، عملکرد روش پیشنهادی با استفاده از شبیه‌سازی و تحت شرایط مذکور بررسی و نتایج آن با روش مشابهی مقایسه شده است. نتایج بیانگر همگرایی زمان محدود متغیرهای وضعیت، افزایش دقت ردیابی، هموار شدن تغییرات وضعیت ماهواره و تولید سیگنال کنترلی بدون چترینگ است.

تاریخچه داوری

دریافت: ۱۴۰۲/۰۸/۱۵

پذیرش: ۱۴۰۲/۱۱/۳۰

واژه‌های کلیدی

کنترل وضعیت ماهواره، کنترل مد لغزشی، همگرایی زمان محدود، گشتاوردهنده مغناطیسی، عیب عملگرها.

نحوه استناد به این مقاله

سویل محمدزاده صدیق و همکاران، "کنترل وضعیت تطبیقی ماهواره با در نظر گرفتن عیب عملگرهای گشتاوردهنده مغناطیسی"، دو فصلنامه علوم، فناوری و کاربردهای فضای، جلد چهارم، شماره اول، صفحات ۲۴-۳۸، ۱۴۰۳.

## ۱- مقدمه

وضعیت ماهواره یکی از مهمترین موضوعات تحقیقاتی در صنعت هوافضا است که در این بین، عملگرها نقش مهمی در اجرای عملیات کنترلی و تحقق اهداف از پیش طراحی شده ماموریت دارند. با توجه به شرایط کاری چالش برانگیز ماهواره‌های امروزی، رخداد عیب در عملگرها تا حد زیادی افزایش یافته و وقوع این عیب‌ها منجر به کاهش عملکرد سیستم کنترل و حتی ناپایداری آن می‌شود. بنابراین، کنترل تحمل‌پذیر عیب برای پایداری و ردیابی وضعیت ماهواره، مقاوم‌سازی آن در برابر نامعینی‌ها و اغتشاشات خارجی، بهبود عملکرد و افزایش قابلیت اطمینان سیستم مورد استفاده قرار می‌گیرد [۱-۵].

روش‌های کنترل تحمل‌پذیر عیب به دو دسته فعال و غیرفعال تقسیم می‌شوند که روش‌های غیرفعال به دلیل عدم نیاز به روش‌های تشخیص عیب مورد توجه قرار گرفته است. کنترل مد لغزشی به دلیل مقاومت در برابر نامعینی‌ها، از معمول‌ترین روش‌های استفاده شده برای کنترل تحمل‌پذیر عیب است. در [۶]، روش مد لغزشی فرایچه‌ش برای کنترل وضعیت تحمل‌پذیر عیب یک میکروماهواره مورد استفاده قرار گرفته است. در این مقاله، حداکثر گشتاور تولیدی عملگرها در شبیه‌سازی در نظر گرفته شده ولی نوع عملگرها مشخص نشده است. در [۷]، روش کنترل مد لغزشی نهایی سریع غیررتکین اصلاح‌شده برای یک ماهواره با سه گشتاوردهنده مغناطیسی و یک چرخ عکس‌العملی طراحی شده است. روش کنترل طراحی شده قادر است متغیرهای وضعیت را در زمان محدودی به مسیر مطلوب همگرا نماید. هرچند در این روش اثبات همگرایی زمان محدود انجام نگرفته است. در این مقاله، پایداری و ردیابی وضعیت ماهواره در حضور عیب عملگرها و اغتشاشات خارجی انجام گرفته است. در [۸] نیز یک کنترل مد لغزشی نهایی سریع غیررتکین تطبیقی برای یک ماهواره کوچک دارای سه گشتاوردهنده مغناطیسی و یک چرخ عکس‌العملی استفاده شده است. در این مقاله نیز اثبات پایداری زمان محدود صورت پذیرفته است اما نتایج شبیه‌سازی حاکی از همگرایی زمان محدود متغیرهای وضعیت است. در طراحی روش مذکور علاوه بر عیب عملگرها، اغتشاشات خارجی و نامعینی‌های اینرسی نیز در نظر گرفته شده است. با توجه به

اینکه چرخ عکس‌العملی یکی از عملگرهای معمول در کنترل وضعیت ماهواره است، حالت‌های خرابی بالقوه این عملگر در [۹] تجزیه و تحلیل شده است. بعد از تجزیه و تحلیل عیب‌های احتمالی این عملگرها، تمهیداتی برای تشخیص و رفع آنها ارائه شده ولی عملکرد آن در کنترل وضعیت ماهواره بررسی نشده است. روش معکوس دینامیک غیرخطی برای ردیابی وضعیت ماهواره کوچک در حضور اغتشاشات خارجی و عیب عملگرها در [۱۰] ارائه شده است. در این مقاله، نوع عملگر و محدودیت‌های آن در نظر گرفته نشده است. همچنین روش پیشنهادی در برابر نامعینی‌های ماتریس اینرسی مقاوم نیست. در [۱۱]، کنترل مد لغزشی نهایی سریع غیررتکین اصلاح‌شده دیگری برای یک ماهواره کوچک با چهار چرخ عکس‌العملی پیشنهاد شده است. روش پیشنهادی در حضور عیب عملگرها، اغتشاشات خارجی و نامعینی ماتریس اینرسی طراحی شده و همگرایی زمان محدود آن به اثبات رسیده است. کنترل پیش‌بین مقاوم مبتنی بر تیوب برای کنترل وضعیت ماهواره در [۱۲] توسعه یافته است. در این روش، پایداری سیستم حلقه بسته در حضور اغتشاشات خارجی به اثبات رسیده است ولی نوع و عیب عملگرها در نظر گرفته نشده است. در [۱۳]، کنترل وضعیت مقاومی برای ماهواره با عملگرهای گشتاوردهنده مغناطیسی با استفاده از مد لغزشی نهایی طراحی شده است. یک تخم بین تاخیر زمانی به منظور تخمین نامعینی‌های پارامتری و اغتشاشات خارجی و یک کنترل فازی نیز به منظور مقاوم‌سازی روش پیشنهادی مورد استفاده قرار گرفته است. در [۱۴]، قانون کنترل اصلاح شده B-dot برای مد کاهش نوسان ماهواره با عملگرهای گشتاوردهنده مغناطیسی طراحی شده است. در [۱۵] نیز یک کنترل ممنوع مبتنی بر تصویر کردن با بهره‌ای وابسته به حالت متغیر با زمان برای کنترل مغناطیسی ماهواره با عملگرهای گشتاوردهنده مغناطیسی ابداع شده است. روش گام به عقب مقاوم با تخمین ماتریس اینرسی برای کنترل وضعیت مغناطیسی ماهواره در [۱۶] طراحی شده است. روش مد لغزشی سریع زمان محدود برای کنترل وضعیت مغناطیسی ماهواره در [۱۷] با انجام اثبات پایداری زمان محدود متغیرهای حالت پیشنهاد شده است. در [۱۸] نیز کنترل مد لغزشی تطبیقی زمان محدود دیگری برای ماهواره با سه

متغیرهای سطح لغزش و متغیرهای وضعیت به اثبات می‌رسد. در بخش بعدی نیز نتایج شبیه‌سازی کنترل پیشنهادی به منظور بررسی عملکرد سیستم حلقه-بسته نشان داده شده و در آخر نتیجه کلی بیان می‌شود.

## ۲- مدل سینماتیکی و دینامیکی ماهواره

مدل سینماتیکی و دینامیکی ماهواره به صورت زیر است [۲۲، ۲۳]:

$$\begin{cases} \dot{q}_0 = -\frac{1}{2} \mathbf{q}^T \boldsymbol{\omega}_{bo} \\ \dot{\mathbf{q}} = \frac{1}{2} (\mathbf{q}^\times + q_0 \mathbf{I}_3) \boldsymbol{\omega}_{bo} \end{cases} \quad (1)$$

$$\mathbf{J}_t \dot{\boldsymbol{\omega}}_{bi} = -\boldsymbol{\omega}_{bi}^\times (\mathbf{J}_s \boldsymbol{\omega}_{bi} + \mathbf{D}_w \mathbf{J}_w \boldsymbol{\Omega}_w) + \mathbf{u} + \mathbf{d} \quad (2)$$

$$\mathbf{J}_w \dot{\boldsymbol{\Omega}}_w = -E_w T_w - \mathbf{J}_w \mathbf{D}_w^T \boldsymbol{\omega}_{bi} \quad (3)$$

که در آن، بردار سرعت زاویه‌ای ماهواره در دستگاه مختصات بدنه نسبت به دستگاه مختصات مداری،  $\mathbf{I}_3$  ماتریس همانی سه در سه،  $q_0$  و  $\mathbf{q}$  به ترتیب بخش اسکالر و برداری وضعیت ماهواره،  $\boldsymbol{\omega}_{bi}$  بردار سرعت زاویه‌ای ماهواره در دستگاه مختصات بدنه نسبت به دستگاه مختصات اینرسی،  $\mathbf{J}_t = \mathbf{J}_s - \mathbf{D}_w^T \mathbf{J}_w \mathbf{D}_w$  ماتریس اینرسی ماهواره،  $\mathbf{J}_w$  اینرسی چرخ عکس‌العملی،  $\mathbf{D}_w$  بردار توزیع چرخ عکس‌العملی،  $\boldsymbol{\Omega}_w$  بردار توزیع چرخ عکس‌العملی،  $\mathbf{d}$  بردار گشتاورهای خارجی،  $\mathbf{u}$  بردار گشتاورهای تولیدی توسط عملگرهای ماهواره،  $T_w$  گشتاور تولید شده توسط چرخ عکس‌العملی و  $0 < E_w \leq 1$  نیز عیب عملگر چرخ عکس‌العملی از نوع کاهش اثربخشی است. مقدار یک در  $E_w$ ، بیانگر سالم بودن عملگر و مقدار صفر نیز بیانگر خرابی کامل عملگر است که در این مقاله خرابی عملگر در نظر گرفته نشده است.

ماتریس پادمتقارن  $\boldsymbol{\xi}^\times$  نیز به صورت زیر تعریف می‌شود:

گشتاوردهنده مغناطیسی و یک چرخ عکس‌العملی طراحی شده است. کنترل مد لغزشی انتگرالی تطبیقی نیز در پایدارسازی وضعیت ماهواره با سه چرخ عکس‌العملی در [۱۹] توسعه یافته است. یک کنترل عصبی-تطبیقی برای تخمین و جبران نامعینی‌ها در [۲۰] پیشنهاد شده است که در آن روش مد لغزشی زمان ثابت نیز برای پایدارسازی وضعیت ماهواره مورد استفاده قرار گرفته است. در [۲۱]، مد لغزشی نهایی سریع برای ردیابی وضعیت ماهواره توسعه یافته است و یک تقریب فازی نیز به منظور بهبود عملکرد سیستم پیشنهاد شده است.

در ادامه، اهداف و ایده‌های اصلی این مقاله توضیح داده می‌شود.

- طراحی ردیابی وضعیت ماهواره با سه گشتاوردهنده مغناطیسی و یک چرخ عکس‌العملی به منظور جبران گشتاور مورد نیاز برای پایدارسازی سیستم.
- طراحی استفاده از مدل دینامیکی عملگر چرخ عکس‌العملی و در نظر گرفتن محدودیت‌های عملگرهای گشتاوردهنده مغناطیسی و چرخ عکس‌العملی.
- طراحی روش کنترل مد لغزشی نهایی سریع اصلاح‌شده تطبیقی با در نظر گرفتن عیب عملگرها، اغتشاشات خارجی و نامعینی‌های ماتریس اینرسی.
- اثبات همگرایی متغیرهای وضعیت در زمان محدود با استفاده از روش لیاپانوف توسعه‌یافته.
- طراحی قانون تطبیقی به منظور تخمین حد بالای عبارتهای نامعینی، افزایش دقت ردیابی و بهبود عملکرد سیستم.
- استفاده از ضریبی از متغیر سطح لغزش در بخش رساننده روش کنترل پیشنهادی به منظور حذف پدیده چترینگ.

ادامه مقاله به صورت زیر ساختار بندی شده است: در بخش ۲ مدل سینماتیکی و دینامیکی ماهواره به همراه مدل دینامیکی چرخ عکس‌العملی، مدل میدان مغناطیسی زمین و رابطه گشتاور عملگر گشتاوردهنده مغناطیسی ارائه می‌شود. در بخش ۳ نیز طراحی کنترل تحمل‌پذیر عیب با در نظر گرفتن نامعینی‌ها و اغتشاشات خارجی طراحی شده و همگرایی زمان محدود

که در آن،  $i$  زاویه میل<sup>۱</sup>،  $\alpha$  آرگومان عرض جغرافیایی،  $\mu_e$  شدت دو قطبی مغناطیسی و  $r$  فاصله از مرکز زمین است.

همانطور که پیشتر اشاره شد،  $\mathbf{E}_m$  ماتریس قطری کاهش اثربخشی عملگرهای گشتاوردهنده مغناطیسی و  $\mathbf{E}_w$  نیز کاهش اثربخشی عملگر چرخ عکس‌العملی است. به منظور ساده‌سازی، می‌توان یک ماتریس  $\mathbf{F}_m$  به صورت  $\mathbf{F}_m = \mathbf{I}_3 - \mathbf{E}_m$  و  $F_w$  به صورت  $F_w = 1 - E_w$  تعریف نمود [۲۶]. در این صورت رابطه (۶) را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\mathbf{u} = \mathbf{B} \mathbf{m} + \mathbf{D}_w T_w - \mathbf{F} \quad (۹)$$

که در آن،  $\mathbf{F} = \mathbf{D}_w E_w T_w + \mathbf{B} \mathbf{F}_m \mathbf{m}$  است. حال با توجه به روابط (۵) و (۹)، معادله دینامیکی بیان شده در رابطه (۲) را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_t \dot{\boldsymbol{\omega}}_{bo} = & -(\boldsymbol{\omega}_{bo}^\times + (\mathbf{R} \boldsymbol{\omega}_{oi})^\times) (\mathbf{J}_s (\boldsymbol{\omega}_{bo} \\ & + \mathbf{R} \boldsymbol{\omega}_{oi}) + \mathbf{D}_w J_w \Omega_w) \\ & + (\mathbf{J}_{s_0} - \mathbf{D}_w J_w \mathbf{D}_w^T) \boldsymbol{\omega}_{bo}^\times \mathbf{R} \boldsymbol{\omega}_{oi} \\ & + \mathbf{u}_c + \mathbf{d} - \mathbf{F} \end{aligned} \quad (۱۰)$$

$$J_w \dot{\Omega}_w = -E_w T_w - J_w \mathbf{D}_w^T (\dot{\boldsymbol{\omega}}_{bo} - \boldsymbol{\omega}_{bo}^\times \mathbf{R} \boldsymbol{\omega}_{oi}) \quad (۱۱)$$

که در آن  $\mathbf{u}_c = \mathbf{B} \mathbf{m} + \mathbf{D}_w T_w$  است.

حال، عبارت‌های نامعینی در معادله دینامیکی از عبارت‌های معلوم جدا شده و این معادله به صورت زیر ساده می‌شود:

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{\omega}}_{bo} = & (\mathbf{J}_{s_0} - \mathbf{D}_w J_w \mathbf{D}_w^T)^{-1} (-(\boldsymbol{\omega}_{bo}^\times \\ & + (\mathbf{R} \boldsymbol{\omega}_{oi})^\times) (\mathbf{J}_{s_0} (\boldsymbol{\omega}_{bo} \\ & + \mathbf{R} \boldsymbol{\omega}_{oi}) + \mathbf{D}_w J_w \Omega_w) \\ & + (\mathbf{J}_{s_0} - \mathbf{D}_w J_w \mathbf{D}_w^T) \boldsymbol{\omega}_{bo}^\times \mathbf{R} \boldsymbol{\omega}_{oi} \\ & + \mathbf{u}_c + \mathbf{d} - \mathbf{F} - \boldsymbol{\delta}) \end{aligned} \quad (۱۲)$$

$$\boldsymbol{\xi}^\times = \begin{bmatrix} 0 & -\xi_3 & \xi_2 \\ \xi_3 & 0 & -\xi_1 \\ -\xi_2 & \xi_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (۴)$$

$\boldsymbol{\omega}_{bi}$  را می‌توان با استفاده از رابطه زیر به  $\boldsymbol{\omega}_{bo}$  تبدیل نمود:

$$\boldsymbol{\omega}_{bo} = \boldsymbol{\omega}_{bi} - \mathbf{R} \boldsymbol{\omega}_{oi} \quad (۵)$$

که در آن،  $\boldsymbol{\omega}_{oi} = [0 \quad -\omega_0 \quad 0]^T$ ،  $\omega_0$  فرکانس زاویه‌ای دوران مداری،  $\mathbf{R} = +2\mathbf{q}\mathbf{q}^T - 2q_0\mathbf{q}^\times + (q_0^2 - \mathbf{q}^T\mathbf{q})$ ، دوران است به طوری که روابط  $\|\mathbf{R}\| = 1$  و  $\mathbf{R} = -\boldsymbol{\omega}^\times \mathbf{R}$  همواره برقرار است.

گشتاور تولیدی توسط عملگرهای ماهواره به صورت زیر بدست می‌آید [۲۴]:

$$\mathbf{u} = \mathbf{B} \mathbf{E}_m \mathbf{m} + \mathbf{D}_w T_w \quad (۶)$$

که در آن،  $\mathbf{m}$  بردار ممان مغناطیسی تولید شده توسط عملگرهای گشتاوردهنده مغناطیسی،  $\mathbf{E}_m = \text{diag}(E_1, E_2, E_3)$ ، ماتریس قطری عیب عملگرهای گشتاوردهنده مغناطیسی از نوع کاهش اثربخشی است که  $0 \leq E_i \leq 1$  و  $\mathbf{B}$  بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & -b_z & b_y \\ b_z & 0 & -b_x \\ -b_y & b_x & 0 \end{bmatrix} \quad (۷)$$

که در آن،  $[b_x \quad b_y \quad b_z]$  بردار میدان مغناطیسی زمین است. مدل ساده شده این بردار به صورت زیر است [۲۵]:

$$\mathbf{b}_{orb} = \frac{\mu_e}{r^3} \begin{bmatrix} \cos(\alpha)\sin(i) \\ \cos(i) \\ -2\sin(\alpha)\sin(i) \end{bmatrix} \quad (۸)$$

<sup>1</sup> Inclination

$$\mathbf{u}_c = \mathbf{u}_{eq} - \rho_1 \mathbf{S} - \rho_2 \hat{H} \phi |S|^\alpha \text{sig}(S) \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_{eq} = & (\boldsymbol{\omega}_{bo}^\times + (\mathbf{R} \boldsymbol{\omega}_{oi})^\times) (\mathbf{J}_{s_0} (\boldsymbol{\omega}_{bo} + \mathbf{R} \boldsymbol{\omega}_{oi}) \\ & + \mathbf{D}_w \mathbf{J}_w \boldsymbol{\Omega}_w) \\ & - (\mathbf{J}_{s_0} \\ & - \mathbf{D}_w \mathbf{J}_w \mathbf{D}_w^T) \left( \boldsymbol{\omega}_{bo}^\times \mathbf{R} \boldsymbol{\omega}_{oi} \right. \\ & + (\boldsymbol{\chi}_1 \\ & + \boldsymbol{\chi}_2 \mathbf{s}_m) \left( \frac{1}{2} (\mathbf{q}^\times + q_0 \mathbf{I}_3) \boldsymbol{\omega}_{bo} \right. \\ & \left. \left. - \dot{\mathbf{q}}_d \right) \right) \end{aligned} \quad (17)$$

$$\dot{\hat{H}} = c_1 \phi \|S\|^{\alpha+1} - c_2 \hat{H} \quad (18)$$

که در آن،  $c_1, c_2 > 0$ ،  $0 < \alpha < 1$ ،  $\rho_1, \rho_2 > 0$ ، پارامتر تطبیقی است و  $\phi$  نیز به صوت زیر بدست می آید:

$$\phi = 1 + \|\boldsymbol{\omega}_{bo}\| + \|\boldsymbol{\omega}_{bo}\|^2 + \|\boldsymbol{\omega}_{bo}\|^\alpha \quad (19)$$

$\hat{H} \phi$  حد بالای توابع نامعینی های تخمین زده شده می باشد.

لم ۱: شرط لیاپانوف توسعه یافته پایداری زمان محدود با همگرایی زمان محدود متغیر  $x$  به صورت زیر است [۲۸، ۲۹]:

$$\dot{V}(x) + \beta_1 V(x) + \beta_2 V^\gamma(x) \leq 0 \quad (20)$$

که در آن باید  $\beta_1 > 0$ ،  $\beta_2 > 0$  و  $0 < \gamma < 1$  باشد. در این صورت زمان همگرایی با استفاده از رابطه زیر بدست می آید:

$$T_s \leq \frac{1}{\beta_1(1-\gamma)} \ln \left( \frac{\beta_1 V^{(1-\gamma)}(x_0) + \beta_2}{\beta_2} \right) \quad (21)$$

که در آن،  $x_0$  مقدار اولیه متغیر حالت  $x$  است.

که در آن،  $\delta$  شامل عبارتهای نامعینی بوده و به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\delta} = & (\boldsymbol{\omega}_{bo}^\times + (\mathbf{R} \boldsymbol{\omega}_{oi})^\times) \Delta \mathbf{J}_s (\boldsymbol{\omega}_{bo} + \mathbf{R} \boldsymbol{\omega}_{oi}) \\ & + \Delta \mathbf{J}_s (\boldsymbol{\omega}_{bo} - \boldsymbol{\omega}_{bo}^\times \mathbf{R} \boldsymbol{\omega}_{oi}) \end{aligned} \quad (13)$$

## ۲- طراحی قانون کنترل پیشنهادی

در این مقاله، برای جلوگیری از تکینگی قانون کنترل و همچنین برای همگرایی زمان محدود متغیرهای حالت ماهواره، قانون کنترل با توجه به متغیر سطح لغزش نهایی سریع غیر تکین اصلاح شده توسعه می یابد. متغیر سطح لغزش مورد نظر به صورت زیر تعریف می شود [۲۷]:

$$\mathbf{S} = \boldsymbol{\omega}_{bo} + \boldsymbol{\chi}_1 \mathbf{q}_e + \boldsymbol{\chi}_2 \mathbf{s}_m \quad (14)$$

که در آن،  $\mathbf{q}_e = \mathbf{q} - \mathbf{q}_d$  [۲۶] بردار وضعیت مطلوب،  $\boldsymbol{\chi}_1$  و  $\boldsymbol{\chi}_2$  ماتریس های ثابت مثبت و بردار  $\mathbf{s}_m$  به صورت زیر تعریف می شود:

$$s_{mi} = \begin{cases} \gamma_1 q_{ei} + \gamma_2 \text{sign}(q_{ei}) |q_{ei}|^2 & |q_{ei}| < \varepsilon \\ \text{sign}(q_{ei}) |q_{ei}|^r & |q_{ei}| \geq \varepsilon \end{cases} \quad (15)$$

که در آن،  $i = 1, 2, 3$ ،  $0 < r < 1$ ،  $\gamma_1, \gamma_2 > 0$  و  $\varepsilon$  یک مقدار کوچک مثبت است.

در قانون کنترل پیشنهادی نیز به منظور بهبود عملکرد سیستم حلقه بسته، بهره بخش رساننده قانون کنترل به صورت تطبیقی تنظیم می شود. این بهره تطبیقی در واقع ضربی از حد بالای عبارتهای نامعینی بوده و با تغییر آن، مقدار بهره تطبیقی نیز تغییر می نماید. قانون کنترل پیشنهادی به صورت زیر تعریف می شود:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 = \frac{1}{2} \mathbf{S}^T \mathbf{J}_t \mathbf{S} + \mathbf{S}^T \mathbf{J}_t \left( \left( \mathbf{J}_{s_0} \right. \right. \\ \left. \left. - \mathbf{D}_w \mathbf{J}_w \mathbf{D}_w^T \right)^{-1} \left( -\boldsymbol{\omega}_{bo}^\times \right. \right. \\ \left. \left. + (\mathbf{R} \boldsymbol{\omega}_{oi})^\times \right) \mathbf{J}_{s_0} \left( \boldsymbol{\omega}_{bo} \right. \right. \\ \left. \left. + \mathbf{R} \boldsymbol{\omega}_{oi} \right) + \mathbf{D}_w \mathbf{J}_w \boldsymbol{\omega}_w \right) + \mathbf{u}_c \\ \left. + \mathbf{d} - \mathbf{F} - \boldsymbol{\delta} \right) \\ \left. + \left( \mathbf{J}_{s_0} \right. \right. \\ \left. \left. - \mathbf{D}_w \mathbf{J}_w \mathbf{D}_w^T \right) \boldsymbol{\omega}_{bo}^\times \mathbf{R} \boldsymbol{\omega}_{oi} \right) \\ \left. + (\boldsymbol{\chi}_1 \right. \\ \left. + \boldsymbol{\chi}_2 \mathbf{s}_m \right) \left( \frac{1}{2} (\mathbf{q}^\times + q_0 \mathbf{I}_3) \boldsymbol{\omega}_{bo} \right. \\ \left. - \dot{\mathbf{q}}_d \right) - \frac{1}{c_1} \tilde{H} \hat{H} \end{aligned} \quad (26)$$

با جای‌گذاری رابطه‌های قانون کنترل (۱۶) و (۱۷) در رابطه (۲۶)، این رابطه به صورت زیر ساده‌سازی می‌شود:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 = \frac{1}{2} \mathbf{S}^T \mathbf{J}_t \mathbf{S} + \mathbf{S}^T \mathbf{J}_t \left( \left( \mathbf{J}_{s_0} \right. \right. \\ \left. \left. - \mathbf{D}_w \mathbf{J}_w \mathbf{D}_w^T \right)^{-1} \left( -\rho_1 \mathbf{S} \right. \right. \\ \left. \left. - \rho_2 \tilde{H} \phi |\mathbf{S}|^\alpha \text{sig}(\mathbf{S}) + \mathbf{d} - \mathbf{F} \right. \right. \\ \left. \left. - \boldsymbol{\delta} \right) \right) - \frac{1}{c_1} \tilde{H} \left( \dot{\mathbf{H}} \right) \end{aligned} \quad (27)$$

حال  $\tilde{H} = H - \hat{H}$  در رابطه فوق جایگذاری می‌شود:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 = \frac{1}{2} \mathbf{S}^T \mathbf{J}_t \mathbf{S} + \mathbf{S}^T \mathbf{J}_t \left( \left( \mathbf{J}_{s_0} \right. \right. \\ \left. \left. - \mathbf{D}_w \mathbf{J}_w \mathbf{D}_w^T \right)^{-1} \left( -\rho_1 \mathbf{S} \right. \right. \\ \left. \left. - \rho_2 \tilde{H} \phi |\mathbf{S}|^\alpha \text{sig}(\mathbf{S}) + \mathbf{d} - \mathbf{F} \right. \right. \\ \left. \left. - \boldsymbol{\delta} \right) \right) - \frac{1}{c_1} H \dot{\mathbf{H}} + \frac{1}{c_1} \tilde{H} \dot{\mathbf{H}} \end{aligned} \quad (28)$$

در ادامه، قانون تطبیقی بیان شده در رابطه (۱۸) در رابطه (۲۸) جایگزاری شده و بعد از انجام ساده‌سازی‌های لازم، رابطه زیر بدست می‌آید:

**تئوری ۱:** ماهواره بیان شده در روابط (۱)، (۱۱) و (۱۲) در حضور اغتشاشات خارجی، عیب‌های عملگرهای گشتاوردهنده مغناطیسی و نامعینی ماتریس اینرسی توصیف شده است. قانون کنترل پیشنهادی در رابطه (۱۵) قادر است سیستم حلقه بسته را پایدار کرده و متغیرهای وضعیت را در زمان محدودی به مسیر مطلوب همگرا کند.

**اثبات:** اثبات در دو مرحله انجام می‌گیرد. در مرحله اول همگرایی متغیر سطح لغزش به اثبات رسیده و در مرحله دوم همگرایی متغیرهای وضعیت در زمان محدود به اثبات می‌رسد.

**مرحله ۱:** تابع لیاپانوفی به صورت زیر انتخاب می‌شود:

$$V_1 = \frac{1}{2} \mathbf{S}^T \mathbf{J}_t \mathbf{S} + \frac{1}{2c_1} \tilde{H}^2 \quad (22)$$

که در آن،  $\tilde{H} = H - \hat{H}$  است. مشتق مرتبه اول تابع لیاپانوف به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\dot{V}_1 = \frac{1}{2} \mathbf{S}^T \mathbf{J}_t \dot{\mathbf{S}} + \mathbf{S}^T \mathbf{J}_t \dot{\mathbf{S}} - \frac{1}{c_1} \tilde{H} \dot{\mathbf{H}} \quad (23)$$

با مشتق‌گیری از متغیر سطح لغزش بیان شده در رابطه (۱۴)، رابطه فوق را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 = \frac{1}{2} \mathbf{S}^T \mathbf{J}_t \dot{\mathbf{S}} + \mathbf{S}^T \mathbf{J}_t \left( \dot{\boldsymbol{\omega}}_{bo} \right. \\ \left. + (\boldsymbol{\chi}_1 + \boldsymbol{\chi}_2 \mathbf{s}_m) (\dot{\mathbf{q}} - \dot{\mathbf{q}}_d) \right) \\ \left. - \frac{1}{c_1} \tilde{H} \dot{\mathbf{H}} \right) \end{aligned} \quad (24)$$

که در آن، ماتریس قطری  $\mathbf{s}_m$  به صورت زیر است:

$$\dot{s}_{mi} = \begin{cases} \gamma_1 + 2\gamma_2 \text{sign}(q_{ei}) |q_{ei}| & |q_{ei}| < \varepsilon \\ r |q_{ei}|^{(r-1)} \text{sign}(q_{ei}) & |q_{ei}| \geq \varepsilon \end{cases} \quad (25)$$

رابطه‌های (۱) و (۱۲) در رابطه (۲۴) جایگذاری شده و رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\|M\| \leq H \phi$$

با در نظر گرفتن حد بالای عبارتهای نامعینی، می توان رابطه (۳۱) را به صورت زیر نوشت:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 \leq & -J_n \rho_1 \mathbf{S}^T \mathbf{S} - J_n \rho_2 \mathbf{S}^T \hat{H} \phi |\mathbf{S}|^\alpha \text{sig}(\mathbf{S}) \\ & - H \phi \|\mathbf{S}\|^{\alpha+1} \\ & + \hat{H} \phi \|\mathbf{S}\|^{\alpha+1} \\ & + \frac{c_2}{c_1} (H - \hat{H}) \hat{H} \\ & + \|\mathbf{S}\| H \phi \end{aligned} \quad (32)$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 \leq & -J_n \rho_1 \mathbf{S}^T \mathbf{S} - (J_n \rho_2 - 1) \hat{H} \phi \|\mathbf{S}\|^{\alpha+1} \\ & + H \phi \|\mathbf{S}\| (1 - \|\mathbf{S}\|^\alpha) \\ & + \frac{c_2}{c_1} (H - \hat{H}) \hat{H} \end{aligned} \quad (33)$$

که در آن،  $J_n = \|\mathbf{J}_t (\mathbf{J}_{s_0} - \mathbf{D}_w \mathbf{J}_w \mathbf{D}_w^T)^{-1}\|$  است. با توجه به فرض  $\lambda_{\min}(\mathbf{J}_t) \|x\|^2 \leq x^T \mathbf{J}_t x \leq \lambda_{\max}(\mathbf{J}_t) \|x\|^2$  رابطه (۳۳) را می توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 \leq & -\frac{2J_n \rho_1}{\lambda_{\max}(\mathbf{J}_t)} \left( \frac{1}{2} \mathbf{S}^T \mathbf{J}_t \mathbf{S} \right) \\ & - (J_n \rho_2 - 1) \hat{H} \phi \left( \frac{2}{\lambda_{\max}(\mathbf{J}_t)} \right)^{\frac{\alpha+1}{2}} \left( \frac{1}{2} \mathbf{S}^T \mathbf{J}_t \mathbf{S} \right)^{\frac{\alpha+1}{2}} \\ & + R \end{aligned} \quad (34)$$

که در آن،  $R = H \phi \|\mathbf{S}\| (1 - \|\mathbf{S}\|^\alpha) + \frac{c_2}{c_1} (H - \hat{H}) \hat{H}$ ، فرض شود که  $\zeta = \frac{1}{2c_1} \hat{H}^2$ ، می توان رابطه فوق را به صورت زیر نوشت:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 \leq & -\frac{2J_n \rho_1}{\lambda_{\max}(\mathbf{J}_t)} (V_1 - \zeta) \\ & - (J_n \rho_2 \\ & - 1) \hat{H} \phi \left( \frac{2}{\lambda_{\max}(\mathbf{J}_t)} \right)^{\frac{\alpha+1}{2}} (V_1 - \zeta)^{\frac{\alpha+1}{2}} \\ & - \zeta^{\frac{\alpha+1}{2}} + R \end{aligned} \quad (35)$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 = & \frac{1}{2} \mathbf{S}^T \mathbf{J}_t \mathbf{S} + \mathbf{S}^T \mathbf{J}_t \left( (\mathbf{J}_{s_0} \right. \\ & \left. - \mathbf{D}_w \mathbf{J}_w \mathbf{D}_w^T)^{-1} (-\rho_1 \mathbf{S} \right. \\ & \left. - \rho_2 \hat{H} \phi |\mathbf{S}|^\alpha \text{sig}(\mathbf{S}) + \mathbf{d} - \mathbf{F} \right. \\ & \left. - \delta \right) \\ & - \frac{1}{c_1} H (c_1 \phi \|\mathbf{S}\|^{\alpha+1} - c_2 \hat{H}) \\ & + \frac{1}{c_1} \hat{H} (c_1 \phi \|\mathbf{S}\|^{\alpha+1} - c_2 \hat{H}) \end{aligned} \quad (29)$$

با ساده سازی رابطه فوق، داریم:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 = & \frac{1}{2} \mathbf{S}^T \mathbf{J}_t \mathbf{S} + \mathbf{S}^T \mathbf{J}_t \left( (\mathbf{J}_{s_0} \right. \\ & \left. - \mathbf{D}_w \mathbf{J}_w \mathbf{D}_w^T)^{-1} (-\rho_1 \mathbf{S} \right. \\ & \left. - \rho_2 \hat{H} \phi |\mathbf{S}|^\alpha \text{sig}(\mathbf{S}) + \mathbf{d} - \mathbf{F} \right. \\ & \left. - \delta \right) - H \phi \|\mathbf{S}\|^{\alpha+1} \\ & + \frac{c_2}{c_1} H \hat{H} + \hat{H} \phi \|\mathbf{S}\|^{\alpha+1} \\ & - \frac{c_2}{c_1} \hat{H}^2 \end{aligned} \quad (30)$$

حال عبارتهای نامعینی از عبارتهای معلوم جدا می شود:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 = & -\mathbf{S}^T \mathbf{J}_t (\mathbf{J}_{s_0} - \mathbf{D}_w \mathbf{J}_w \mathbf{D}_w^T)^{-1} (\rho_1 \mathbf{S} \\ & + \rho_2 \hat{H} \phi |\mathbf{S}|^\alpha \text{sig}(\mathbf{S})) \\ & - H \phi \|\mathbf{S}\|^{\alpha+1} \\ & + \hat{H} \phi \|\mathbf{S}\|^{\alpha+1} \\ & + \frac{c_2}{c_1} (H - \hat{H}) \hat{H} + \frac{1}{2} \mathbf{S}^T \mathbf{J}_t \mathbf{S} \\ & + \mathbf{S}^T \mathbf{J}_t (\mathbf{J}_{s_0} \\ & - \mathbf{D}_w \mathbf{J}_w \mathbf{D}_w^T)^{-1} (\mathbf{d} - \mathbf{F} - \delta) \end{aligned} \quad (31)$$

که در آن عبارتهای نامعینی و حد بالای آن به ترتیب برابر است با:

$$M = \frac{1}{2} \mathbf{J}_t \mathbf{S} + \mathbf{J}_t (\mathbf{J}_{s_0} - \mathbf{D}_w \mathbf{J}_w \mathbf{D}_w^T)^{-1} (\mathbf{d} - \mathbf{F} - \delta)$$

$$T_{s2} \leq \frac{1}{\mathbf{x}_1 \|\mathbf{q}^\times + q_0 \mathbf{I}_3\| \left(1 - \frac{r+1}{2}\right)} \ln \left( \frac{\mathbf{x}_1 \|\mathbf{q}^\times + q_0 \mathbf{I}_3\| V^{(1-\frac{\alpha+1}{2})} (q_e(T_{s1})) + G}{G} \right) \quad (39)$$

که در آن،  $G$  به صورت زیر است:

$$G = \frac{1}{2} \|\mathbf{q}^\times + q_0 \mathbf{I}_3\| \left( \mathbf{x}_2 - \frac{e_{si}}{|q_{ei}|^r \text{sig}(q_{ei})} + \frac{\hat{q}_d}{|q_{ei}|^r \text{sig}(q_{ei})} \right)$$

کل زمان همگرایی متغیرهای وضعیت نیز برابر است با:

$$\mathbf{T}_s = \mathbf{T}_{s1} + \mathbf{T}_{s2}$$

### ۳- نتایج شبیه‌سازی

در این بخش، نتایج شبیه‌سازی به منظور بررسی عملکرد روش پیشنهادی برای یک ماهواره مکعبی با عملگرهای گشتاوردهنده مغناطیسی بیان شده است. اثربخشی روش مذکور در حضور عیب عملگرها، اغتشاشات خارجی و نامعینی ماتریس اینرسی مورد بررسی قرار گرفته است. ماتریس اینرسی و نامعینی ماتریس اینرسی به صورت زیر است [۳۰]:

$$\mathbf{J}_{s0} = \begin{bmatrix} 0.0775 & 0.0002 & 0.0005 \\ 0.0002 & 0.1067 & -0.0002 \\ 0.0005 & -0.0002 & 0.0389 \end{bmatrix} \quad (40)$$

$$\Delta \mathbf{J}_s = 0.1 \mathbf{J}_{s0} \quad (41)$$

همانطور که پیشتر اشاره شد، عملگرهای اصلی ماهواره مکعبی سه گشتاوردهنده مغناطیسی انتخاب شده که هر کدام در محورهای اصلی ماهواره قرار گرفته‌اند. به منظور افزایش دقت ردیابی نیز یک چرخ عکس‌العملی به عنوان افزودگی در نظر گرفته شده است که بردار توزیع این عملگر به صورت زیر است.

$$\dot{V}_1 \leq - \frac{2J_n \rho_1}{\lambda_{\max}(\mathbf{J}_t)} \left(1 - \frac{\zeta}{V_1}\right) V_1 - (J_n \rho_2 - 1) \hat{H} \phi \left( \frac{2}{\lambda_{\max}(\mathbf{J}_t)} \right)^{\frac{\alpha+1}{2}} \left(1 - \frac{\zeta}{V_1}\right)^{\frac{\alpha+1}{2}} V_1^{\frac{\alpha+1}{2}} + R \quad (36)$$

با توجه به تعریف تابع لیاپونوف در رابطه (۲۲)، واضح است که  $V_1 > 0$

$$\zeta; \text{ در نتیجه، } \frac{\zeta}{V_1} < 1 \text{ و } \left(\frac{\zeta}{V_1}\right)^{\frac{\alpha+1}{2}} < 1$$

در نهایت، داریم:

$$\dot{V}_1 \leq - \left( \xi_1 - \frac{R}{V_1} \right) V_1 - \xi_2 V_1^{\frac{\alpha+1}{2}} \quad (37)$$

که در آن،  $\xi_1 = \frac{2J_n \rho_1}{\lambda_{\max}(\mathbf{J}_t)} \left(1 - \frac{\zeta}{V_1}\right)$  و  $\xi_2 = (J_n \rho_2 - 1) \hat{H} \phi \left( \frac{2}{\lambda_{\max}(\mathbf{J}_t)} \right)^{\frac{\alpha+1}{2}} \left(1 - \frac{\zeta}{V_1}\right)^{\frac{\alpha+1}{2}}$  اگر  $\rho_1 > 0$  و  $\rho_2 > \frac{1}{J_n}$  و  $\xi_1 > \frac{R}{V_1}$  باشد؛ بنابراین،  $\xi_1 - \frac{R}{V_1}$  برقرار بوده و  $\beta_1 = \xi_1 - \frac{R}{V_1}$ ،  $\beta_2 = \xi_2$  و  $\gamma = \frac{\alpha+1}{2}$  است. طبق این لم، زمان همگرایی متغیر سطح لغزش نیز با استفاده از رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$T_{s1} \leq \frac{1}{\left(\xi_1 - \frac{R}{V_1}\right) \left(1 - \frac{\alpha+1}{2}\right)} \ln \left( \frac{\left(\xi_1 - \frac{R}{V_1}\right) V^{(1-\frac{\alpha+1}{2})} (S_0) + \xi_2}{\xi_2} \right) \quad (38)$$

### مرحله ۲:

مشابه آنچه در مقاله [۱۸] بیان شده است، می‌توان ثابت کرد که بردار متغیر وضعیت در زمان محدود به مقادیر مطلوب خود همگرا می‌شود.

$$D_w = [0 \quad 1 \quad 0]^T \quad (42)$$

عملکرد روش پیشنهادی با عملکرد روش بیان شده در [۸] تحت شرایط مشابه شبیه‌سازی و مقایسه شده است. مقادیر اولیه سرعت زاویه‌ای، زوایای اوپلر و چهارگان‌های وضعیت ماهواره صفر در نظر گرفته شده است. پارامترهای طراحی روش کنترل در جدول (۱) بیان شده است. این پارامترها با در نظر گرفتن محدودیت‌های طراحی و با استفاده از روش گرادینان نزولی انتخاب شده‌اند. مشخصات عملگرهای ماهواره در جدول (۲) بیان شده است. مشخصات مداری نیز در

جدول (۳): پارامترهای مداری ماهواره

زاویه میل	۶۷/۶ درجه
ارتفاع اوج	۶۹۰۵/۶ کیلومتر
ارتفاع حقیض	۶۸۳۶/۸ کیلومتر
خروج از مرکز	۰/۰۰۵
طول گره صعودی	۸۰ درجه
آرگوان اوج	۰ درجه
آنومالی حقیقی	۰ درجه

مسیر مطلوب و اغتشاشات خارجی نیز به صورت زیر انتخاب شده است [۱۸]:

$$q_d = 0.142 \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{3} \sin(\omega_0 t) \\ \frac{\sqrt{6}}{6} \sin(\omega_0 t) \\ \frac{1}{2} \sin(\omega_0 t) \end{bmatrix} \quad (43)$$

$$d(t) = 10^{-7} \begin{bmatrix} 3\cos(10\omega_0 t) + \sin(3\omega_0 t) - 1 \\ -1.5\sin(2\omega_0 t) + 3\cos(5\omega_0 t) + 2 \\ 3\sin(10\omega_0 t) - 8\sin(4\omega_0 t) + 1 \end{bmatrix} [\text{N.m.}] \quad (44)$$

عیب عملگرهای گشتاوردهنده مغناطیسی و چرخ عکس‌العملی به صورت زیر فرض شده است:

$$E_m = \begin{cases} I_3 & t < 100 \text{ sec} \\ \text{diag}(0.9 \ 0.7 \ 0.6) & t \geq 100 \text{ sec} \end{cases} \quad (45)$$

$$E_w = \begin{cases} 1 & t < 100 \text{ sec} \\ 0.4 + 0.2 \text{ rand}(1) & t \geq 100 \text{ sec} \end{cases} \quad (46)$$

چهارگان‌های وضعیت و سرعت‌های زاویه‌ای ماهواره روش کنترلی پیشنهادی و روش بیان شده در [۸] به ترتیب در شکل ۱ و شکل ۲ نشان داده شده‌اند. با توجه به شکل ۱ مشاهده می‌شود که خطای چهارگان‌های وضعیت نسبت به روش پیشنهاد شده در [۸] (AMNFTSMC) کاهش یافته است.

جدول (۳) بیان شده است [۳۰]. با توجه به پارامترهای مداری ماهواره، فرکانس دوران مداری  $\omega_o = \sqrt{\frac{GM_e}{R^3}}$  بدست می‌آید که در آن،  $G$  ثابت گرانشی،  $M_e$  جرم زمین و  $R$  نیز فاصله ماهواره از مرکز زمین است.

جدول (۱): مقادیر عددی پارامترهای طراحی

$X_1 = 3 I_3$ $X_2 = 0.1 I_3$ $\varepsilon = 0.002$ $r = 0.6$ $\gamma_1 = 3$ $\gamma_2 = 0.8$	پارامترهای متغیر سطح لغزش
$\rho_1 = 0.001$ $\rho_2 = 3.32$ $\alpha = 0.5$ $c_1 = 10$ $c_2 = 0.003$ $\hat{H}_0 = 0.0007$	پارامترهای قانون کنترل

جدول (۲): مشخصات عملگرهای ماهواره

حداکثر ممان مغناطیسی گشتاوردهنده مغناطیسی	۰/۲ A.m <sup>2</sup>
حداکثر گشتاور چرخ عکس‌العملی	۱ m N.m.
حداکثر حرکت زاویه‌ای قابل ذخیره چرخ عکس‌العملی	۱۰/۸۲ N.m.sec
ممان اینرسی چرخ عکس‌العملی	۰/۰۰۰۰۱۹ kg.m <sup>2</sup>

تغییرات سرعت‌های زاویه‌ای ماهواره نیز هموار شده است که هموار شدن تغییرات سرعت‌های زاویه‌ای ماهواره باعث می‌شود لرزش ماهواره حین انجام ماموریت حذف شود.



شکل ۲: سرعت‌های زاویه‌ای ماهواره مکعبی

شکل ۱: چهارگان‌های وضعیت


ممان‌های مغناطیسی تولید شده توسط گشتاوردهنده‌های مغناطیسی نیز در شکل ۳ نشان داده شده است. با توجه به شکل مذکور، مشاهده می‌شود که چترینگ در روش پیشنهادی حذف شده است و در هر دو روش ممان مغناطیسی در حد مجاز عملگر قرار دارد. گشتاور تولید شده توسط چرخ عکس‌عملی نیز در شکل ۴ نشان داده شده است. با توجه به شکل مذکور، مشاهده می‌شود که تغییری در گشتاور تولید شده توسط چرخ عکس‌عملی رخ نداده است.

شکل ۳: ممان مغناطیسی تولید شده توسط گشتاوردهنده‌های مغناطیسی

یک از آنها، در جدول (۴) نشان داده شده است. با توجه به نتایج این جدول، مشاهده می‌شود که خطای ردیابی به صورت چشمگیری کاهش یافته است؛ همچنین، آهنگ تغییرات ممان مغناطیسی تولید شده توسط گشتاوردهنده‌های مغناطیسی کاهش پیدا کرده است که دلیل این امر حذف پدیده چترینگ در روش پیشنهادی است. بعلاوه، آهنگ تغییرات سرعت زاویه‌ای ماهواره مورد نظر نیز در روش پیشنهادی ۳۰٪ کاهش یافته است که بیانگر کاهش لرزش ماهواره است.

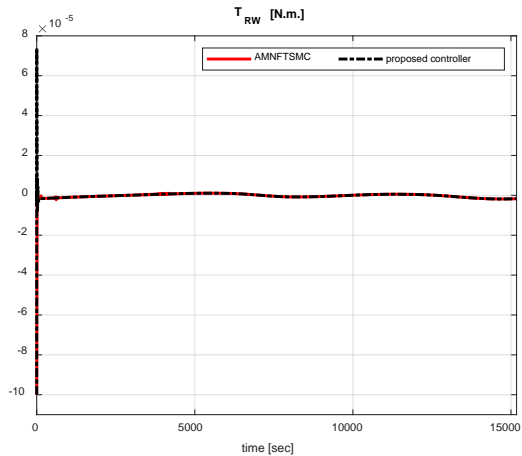
جدول (۴): نتایج حاصل از شاخص‌های عملکرد برای روش کنترل پیشنهادی و روش بیان شده در [۸]

	RMSE	ITSE	IADM	IADW
کنترل پیشنهادی	۱/۸۳۹	۰/۹۹	۴۳/۱	۱/۳۰۱۷
AMNFTSMC پیشنهاد شده در [۸]	۵/۷۱۴	۱/۵۲	۴۸/۶	۱/۸۵۲۲
درصد بهبود	۷۳٪	۳۵٪	۱۱٪	۳۰٪

محدوده خطای ماندگار ردیابی وضعیت ماهواره توسط روش کنترل پیشنهادی و روش بیان شده در [۸] در جدول (۵) نشان داده شده است. با توجه به نتایج بدست آمده، مشاهده می‌شود که باند خطای ردیابی بطور چشمگیری کاهش یافته است.

جدول (۵): محدوده خطای ماندگار ردیابی وضعیت ماهواره برای روش کنترل پیشنهادی و روش بیان شده در [۸]

درصد بهبود	AMNFTSMC پیشنهاد شده در [۸]	کنترل پیشنهادی	محدوده خطای ماندگار ردیابی وضعیت ماهواره
۷۵٪	$ q_{e1}  < 2.03 \times 10^{-4}$	$ q_{e1}  < 0.5 \times 10^{-4}$	محدوده
۴۷٪	$ q_{e2}  < 3.02 \times 10^{-5}$	$ q_{e2}  < 1.59 \times 10^{-5}$	خطای
۷۹٪	$ q_{e3}  < 2.13 \times 10^{-4}$	$ q_{e3}  < 0.45 \times 10^{-4}$	ماندگار
			ردیابی
			وضعیت
			ماهواره



شکل ۴: گشتاور تولید شده توسط عملگر چرخ عکس‌العملی

به منظور بررسی بیشتر عملکرد روش پیشنهادی، معیارهای ارزیابی عملکرد زیر مورد استفاده قرار گرفته است:

$$RMSE = \sqrt{\int_0^{T_{mission}} \|q_e\|^2 dt} \quad (47)$$

$$ITSE = \int_0^{T_{mission}} t q_e^2 dt \quad i = x, y, z \quad (48)$$

$$IADM = \int_0^{T_{mission}} \left| \frac{dm_i}{dt} \right| dt \quad i = x, y, z \quad (49)$$

$$IAD\omega_e = \int_0^{T_{mission}} \left| \frac{d\omega_e}{dt} \right| dt \quad i = x, y, z \quad (50)$$

که در آنها،  $T_{mission}$  کل زمان شبیه‌سازی، RMSE<sup>۱</sup> معیار ارزیابی میزان خطای ردیابی وضعیت، ITSE<sup>۲</sup> انتگرال مربع خطای ردیابی وضعیت وزن شده با زمان، IADM<sup>۳</sup> انتگرال قدرمطلق آهنگ تغییرات ممان دوقطبی مغناطیسی و IAD $\omega_e$ <sup>۴</sup> انتگرال قدرمطلق آهنگ تغییرات خطای سرعت زاویه‌ای است. نتایج بدست آمده توسط این معیارها به همراه درصد بهبود هر

<sup>۱</sup> Root Mean Square Error

<sup>۲</sup> Integral of Time-weighted Square Error

<sup>۳</sup> Integral of Absolute Derivative of Magnetic dipole moment

<sup>۴</sup> Integral of Absolute Derivative  $\omega_e$

#### ۴- نتیجه

در این مقاله، کنترل تطبیقی تحمل‌پذیر عیب با استفاده از روش مد لغزشی نهایی سریع اصلاح‌شده برای ردیابی وضعیت ماهواره مکعبی با سه عملگر گشتاوردهنده مغناطیسی و یک چرخ عکس‌عملی طراحی شده است. قوانین تطبیقی طراحی شده علاوه بر تخمین حد بالای عبارات نامعینی، اثرات نامطلوب این عبارتها را نیز کاهش داده و باعث بهبود عملکرد سیستم می‌شود. از سوی دیگر، استفاده از ضریبی از متغیر سطح لغزش در بخش رساننده قانون کنترل، باعث حذف پدیده چترینگ شده است. حذف پدیده چترینگ باعث هموار شدن ممان مغناطیسی تولید شده توسط گشتاوردهنده‌های مغناطیسی شده است. به دلیل هموار شدن سیگنال کنترلی، سرعت‌های زاویه‌ای ماهواره نیز هموار شده و باعث حذف لرزش‌های ناگهانی ماهواره و هموار شدن تغییرات وضعیت آن شده است. بعلاوه، همگرایی زمان محدود متغیرهای سطح لغزش و همچنین متغیرهای وضعیت ماهواره با استفاده از روش لیاپانوف توسعه یافته و در حضور عیب عملگرها، اغتشاشات خارجی و نامعینی ماتریس اینرسی به اثبات رسیده است. نتایج شبیه‌سازی نیز بیانگر این است که متغیرهای وضعیت در زمان محدودی به مقادیر مطلوب خود همگرا شده و دقت ردیابی وضعیت نیز نسبت به روش مشابه افزایش یافته است. علاوه بر این، محدودیت‌های گشتاوردهنده‌های مغناطیسی و چرخ عکس‌عملی و همچنین مدل دینامیکی چرخ عکس‌عملی در شبیه‌سازی در نظر گرفته شده است تا نتایج با در نظر گرفتن محدودیت‌های واقعی سیستم به دست آید.

فهرست علائم اختصاری	
$\omega_{bo}$	بردار سرعت زاویه‌ای ماهواره در دستگاه مختصات بدنه نسبت به دستگاه مختصات مداری [rad/sec]
$\omega_{bi}$	بردار سرعت زاویه‌ای ماهواره در دستگاه مختصات بدنه نسبت به دستگاه مختصات اینرسی [rad/sec]
$q_0$	بخش اسکالر چهارگان‌های وضعیت
$q$	بخش برداری چهارگان‌های وضعیت
$J_s$	ماتریس اینرسی ماهواره [kg.m <sup>2</sup> ]
$\Omega_w$	بردار سرعت زاویه‌ای چرخ‌های عکس‌عملی [rad/sec]
$J_w$	ماتریس اینرسی چرخ‌های عکس‌عملی [kg.m <sup>2</sup> ]
$D_w$	ماتریس توزیع عملگرهای چرخ عکس‌عملی
$E_w$	عیب کاهش اثربخشی چرخ عکس‌عملی
$E_m$	ماتریس عیب کاهش اثربخشی گشتاوردهنده‌های مغناطیسی
$m$	بردار ممان مغناطیسی تولید شده توسط عملگرهای گشتاوردهنده مغناطیسی
$T_w$	گشتاور تولید شده توسط عملگر چرخ عکس‌عملی
$u$	بردار گشتاور تولیدی توسط عملگرها [N.m.]
$d$	بردار اغتشاشات خارجی [N.m.]
$R$	ماتریس دوران
$\omega_o$	فرکانس زاویه‌ای دوران مداری [rad/sec]
$b_{orb}$	بردار میدان مغناطیسی زمین
$\alpha$	آرگومان عرض جغرافیایی
$i$	زاویه میل
$\mu_e$	شدت دو قطبی مغناطیسی
$r$	فاصله از مرکز زمین
$S$	بردار متغیر سطح لغزش
$V_1$	تابع لیاپانوف
$T_s$	زمان همگرایی متغیرهای وضعیت [sec]
$\hat{H}$	پارامتر تطبیقی
$q_d$	بخش برداری چهارگان‌های وضعیت مطلوب
$q_e$	بخش برداری خطای چهارگان‌های وضعیت

#### تعارض منافع

"هیچ‌گونه تعارض منافع توسط نویسندگان بیان نشده است."

#### ۵- مراجع

1. Y.,Miao, et al., "Adaptive fast nonsingular terminal sliding mode control for attitude tracking of flexible spacecraft with rotating appendage," Aerospace Science and Technology, vol. 93, pp. 105312, 2019.

15. D. Invernizzi and M. Lovera, "A projection-based controller for fast spacecraft detumbling using magnetic actuation," *Automatica*, vol. 113, p. 108779, 2020.
16. D. K. Giri and M. Sinha, "Robust backstepping magnetic attitude control of satellite subject to unsymmetrical mass properties," *Journal of Spacecraft and Rockets*, vol. 56, no. 1, pp. 298-305, 2019.
17. D. K. Giri, "Fast finite-time sliding mode magnetic attitude control of satellites," in *AIAA Scitech 2019 Forum*, 2019, p. 0933.
18. S. M. Sadigh, A. Kashaninia, and S. M. M. Dehghan, "Adaptive sliding mode fault-tolerant control for satellite attitude tracking system," *Advances in Space Research*, 2022.
19. L. Ashayeri, A. Doustmohammadi, and F. F. Saberi, "Fault-tolerant control of flexible satellite with infinite-dimensional model," *Advances in Space Research*, vol. 68, no. 7, pp. 3080-3092, 2021.
20. Y. Ji, L. Chen, D. Zhang, and X. Shao, "Neural network-based nonsingular fixed-time pose tracking control for spacecraft with actuator faults," *Advances in Space Research*, vol. 69, no. 6, pp. 2555-2573, 2022.
21. S. Gao, X. Liu, Y. Jing, and G. M. Dimirovski, "A novel finite-time prescribed performance control scheme for spacecraft attitude tracking," *Aerospace Science and Technology*, vol. 118, p. 107044, 2021.
22. M. J. Sidi, *Spacecraft dynamics and control: a practical engineering approach*. Cambridge university press, 1997.
23. Q. Hu, "Robust adaptive sliding-mode fault-tolerant control with L2-gain performance for flexible spacecraft using redundant reaction wheels," *IET control theory & applications*, vol. 4, no. 6, pp. 1055-1070, 2010.
24. S. M. Sadigh, A. Kashaninia, and S. M. M. Dehghan, "Adaptive finite-time fault-tolerant control for nano-satellite attitude tracking under actuator constraints," *Aerospace Science and Technology*, p. 108337, 2023.
25. D. Ivanov, M. Y. Ovchinnikov, V. Penkov, D. Roldugin, D. Doronin, and A. Ovchinnikov, "Advanced numerical study of the three-axis magnetic attitude control and determination with uncertainties," *Acta Astronautica*, vol. 132, pp. 103-110, 2017.
26. H. Lee and Y. Kim, "Fault-tolerant control scheme for satellite attitude control system," *IET control theory & applications*, vol. 4, no. 8, pp. 1436-1450, 2010.
27. Z. Han, K. Zhang, T. Yang, and M. Zhang, "Spacecraft fault-tolerant control using adaptive non-singular fast terminal sliding mode," *IET Control Theory & Applications*, vol. 10, no. 16, pp. 1991-1999, 2016.
28. S. Gao, Y. Jing, X. Liu, and G. M. Dimirovski, "Finite-time adaptive fault-tolerant control for rigid spacecraft attitude
2. P. Castaldi, N. Mimmo, and S. Simani, "LEO satellite active FTC with aerodynamic disturbance decoupled fault diagnosis," *European Journal of Control*, vol. 51, pp. 76-94, 2020.
3. S.M. Sadigh, A. Kashaninia, and S.M.M. Dehghan, "Adaptive Fault Tolerant Attitude Control of a Nano-Satellite with Three Magnetorquers and One Reaction Wheel," *Journal of Aerospace Engineering*, vol. 35, no. 1, p. 04021113, 2022.
4. Q. Liu, M. Liu, and J. Yu, "Adaptive fault-tolerant control for attitude tracking of flexible spacecraft with limited data transmission," *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, ol. 51, no. 7, pp. 4400-4408, 2019.
5. Q. Hu, X. Zhang, and G. Niu, "Observer-based fault tolerant control and experimental verification for rigid spacecraft," *Aerospace Science and Technology*, vol. 92, pp. 373-386, 2019.
6. س. م. صدیق و ع. کاشانی‌نیا، "طراحی کنترل تحمل پذیر عیب با استفاده از کنترل کننده مدلفزشی سوپرتویستینگ برای سیستم کنترل وضعیت ماهواره،" چهارمین کنفرانس ملی و دومین کنفرانس بین المللی پژوهش های کاربردی در مهندسی برق، مکانیک و مکترونیک، تهران، ۱۳۹۵.
7. M Sadigh, S., A. Kashaninia, and S.M.M. Dehghan, "Fault-tolerant Satellite Attitude Tracking by Modified Non-Singular Fast Terminal Sliding Mode," in *2020 28th Iranian Conference on Electrical Engineering (ICEE)*, pp. 1-6: IEEE, 2020.
8. Sadigh, S.M., A. Kashaninia, and S.M.M. Dehghan, "Fault tolerant nano-satellite attitude control by adaptive modified nonsingular fast terminal control," *Journal of Control*, vol. 15, no. 4, pp. 49-58, 2022.
9. م. فرهید، ح. بهشتی، م. عباسپور و م. اصلانی‌منش، "تجزیه و تحلیل حالات خرابی بالقوه در عملگر چرخ عکس‌العملی کنترل وضعیت ماهواره و رفع عملیاتی اثرات ناشی از آنها،" علوم، فناوری و کاربردهای فضایی، دوره ۱، شماره ۲، ۲۰۲۲، ص. ۱۱۲-۱۲۵.
10. د. بوستان، س. ک. حسینی ثانی، ن. پریز، "کنترل تحمل پذیر خطا برای ماهواره به روش معکوس دینامیک غیرخطی،" فصلنامه علوم و فناوری فضایی، شماره ۲، ۱۳۹۴.
11. س. م. صدیق و حسین بهشتی، "کنترل وضعیت تحمل‌پذیر عیب برای یک ماهواره با چهار چرخ عکس‌العملی،" علوم، فناوری و کاربردهای فضایی، دوره ۲، شماره ۱، ۲۰۲۲، ص. ۱۱۸-۱۲۱.
12. م. مدنی اصفهانی، عارف آقاملائی، ط. عبداللهی، و س. شمقدری، "کنترل وضعیت ماهواره با کنترل پیش‌بین مقاوم مبتنی بر تیوب با محاسبات کاهش یافته،" علوم، فناوری و کاربردهای فضایی، دوره ۲، شماره ۱، ۲۰۲۲، ص. ۸۴-۹۵.
13. و. پهلوری، ح. حقیقی، س. کوپری، م. تقی‌زاد، ا. معانی، س. سیدزمانی، "طراحی و پیاده‌سازی بستر آزمون سخت افزار در حلقه کنترل وضعیت ماهواره،" علوم و فناوری فضایی، دوره ۱۲، شماره ۲، ۲۰۱۹، ص. ۵۵-۷۰.
14. M.A. Desouky, and O. Abdelkhalik, "A new variant of the B-dot control for spacecraft magnetic detumbling," *Acta Astronautica*, vol. 171, pp. 14-22, 2020.

tracking," *Asian Journal of Control*, vol. 23, no. 2, pp. 1003-1024, 2021.

29 D. Lee and H. Leeghim, "Reaction wheel fault-tolerant finite-time control for spacecraft attitude tracking without unwinding," *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. 30, no. 9, pp. 3672-3691, 2020.

30. M. E. Grøtte, J. T. Gravdahl, T. A. Johansen, J. A. Larsen, E. M. Vidal, and E. Surma, "Spacecraft attitude and angular rate tracking using reaction wheels and magnetorquers," *IFAC-PapersOnLine*, vol. 53, no. 2, pp. 14819-14, 2020.



## COPYRIGHTS

© 2024 by the authors. Licensee Iranian Space Research Center of Iran. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0) (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>)